

12. MEDIDA DE DEFORMAÇÃO

A deformação é uma quantidade adimensional, definida por:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad \text{onde}$$

Δl = acréscimo do alongamento da peça após carregamento

l = comprimento inicial entre 2 pontos na peça.

Da lei de Hooke temos a relação entre a tensão e deformação:

$$\sigma = E\varepsilon, \quad \text{sendo}$$

E = módulo de Young ou módulo de elasticidade do material

Métodos de medição de deformação:

- a) Observação de marcações na peça deformada: gravam-se pontos de referência ou pinta-se uma determinada faixa na superfície do material. Assim, como são conhecidas as medidas de referência iniciais (antes do carregamento), determina-se o respectivo comprimento após a deformação, sendo possível então a determinação da deformação. Pode-se medir através de fotografias, microscópio, escala simples etc.
- b) Recobrimentos frágeis: usa-se para determinação de deformação localizada. As trincas no recobrimento provenientes do carregamento do material surgem quando o estado de tensões atinge um dado valor (que é fornecido pelo fabricante do material do recobrimento). Assim tem-se a deformação local.
- c) Sensor de deformação ótico (optical strain gauge): é um método sofisticado e de custo elevado, exigindo, também, técnicas de processamento de imagens. Na análise de materiais, por exemplo, em ensaios de acompanhamento de propagação de trincas, associa-se a variação da deformação ocorrida na peça com a variação do padrão de difração do laser que incide sobre a fenda e passa através dela, enquanto a peça é submetida a tensões (isto é possível porque, à medida que a largura da fenda vai aumentando devido à aplicação da carga na peça, o ângulo de difração vai sendo modificado). A luz que passa pela fenda incide num anteparo (tela) que permite a análise das imagens resultantes.
- d) Extensômetro resistivo: é o método mais utilizado. Há um elemento resistivo que se deforma quando se encontra afixado a um material sujeito a carregamento. A deformação é indicada pela medida da variação da resistência deste elemento sensor. Detalhamento deste método será dado a seguir:

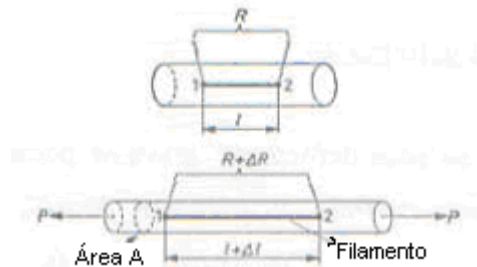
Princípio de funcionamento

Quando um material condutor está submetido à deformação, sua resistência elétrica varia. A relação entre resistência (R) e resistividade (ρ) é:

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

Em materiais semicondutores a variação da resistividade durante um esticamento pode ser muitas vezes maior do que para condutores, considerando-se um mesmo alongamento nos dois casos.

Então, devido a este comportamento dos condutores e semicondutores, para que se possa na prática obter valores de deformação, cola-se uma resistência de fio numa camada de isolante muito fina (combinação de papel e plástico) sobre o objeto a ser deformado. A deformação pode ser determinada pela variação da resistência do fio, a qual pode ser medida.



Diferenciando-se a equação da resistência dada acima, tem-se:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A}$$

mas como $\frac{dA}{A} = \frac{2dD}{D}$, e usando-se o coeficiente de Poisson do fio ($\mu = -\frac{\epsilon_r}{\epsilon_L}$), onde ϵ_r é a deformação na direção radial $\left(\frac{dD}{D}\right)$ e ϵ_L a deformação axial $\left(\frac{dL}{L}\right)$, pode-se escrever:

$$\frac{dR}{R} = \epsilon_L(1 + 2\mu) + \frac{d\rho}{\rho}$$

Pode-se então escrever a deformação local em função da variação da resistência e de um fator de proporcionalidade $K = \frac{R}{\epsilon_L}$ (chamado de *gauge factor*) que em geral é constante para uma ampla faixa de deformações num dado material. Logo,

$$\epsilon = \frac{1}{K} \frac{\Delta R}{R}$$

Quanto maior o valor de K para uma mesma deformação, maior será a variação de resistência, sendo portanto, mais fácil sua medição. O *gauge factor* e a resistência são normalmente dados pelo fabricante de extensômetros.

As figuras a seguir mostram aspectos típicos dos strain-gauges:



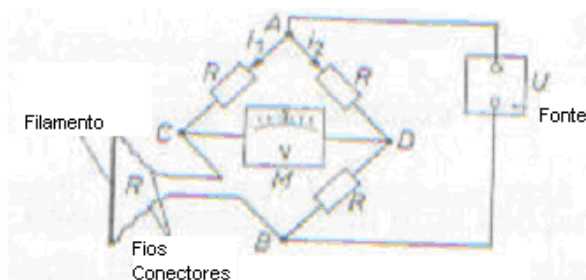
Estes instrumentos são muito sensíveis e, na região do comportamento elástico do material, tipicamente, a deformação está em aproximadamente 0,002. Mas, para que seja possível traçar gráficos que acompanhem a deformação, são desejáveis leituras de deformações muito pequenas, que são medidas em micro strain (deformação de 10^{-6}). Como as variações nas resistências são pequenas, são necessários instrumentos muito sensíveis capazes de captá-las. A forma de se conectar e instalar os strain gauges é um fator muito importante para uma boa medição.

Verificação da resistência

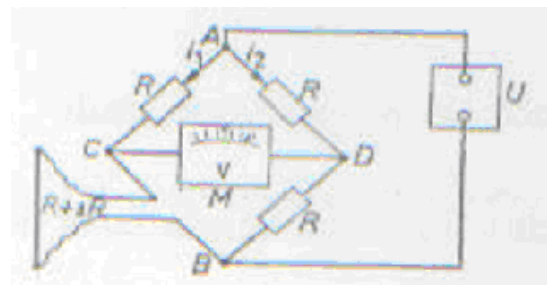
Faz-se através de uma ponte de Wheatstone. Avalia-se a variação (que é pequena) da resistência transformando-a em variação de voltagem.

Há diferentes maneiras de se configurar esta ponte:

a) A ponte mais simples é feita de 4 resistências iguais (R), conectadas em série, na qual uma delas é o filamento do strain gauge. Esta ponte é composta de 2 “meias pontes” (ver figura seguinte) ACB e ADB. Por esta ponte passa uma corrente por meio de um terminal de voltagem V . Esta é a configuração de $\frac{1}{4}$ de ponte (=apenas uma das resistências da ponte deve sofrer variação).



sem deformação



com deformação

Antes de se iniciar a deformação, a corrente que passa em ACB é, segundo a lei de Ohm:

$$i = \frac{U}{2R}$$

Entre os pontos A e C tem-se:

$$V_{AC} = iR = \frac{U}{2R}R = \frac{1}{2}U$$

Para o trecho ADB:

$$V_{AD} = iR = \frac{U}{2R}R = \frac{1}{2}U$$

E, entre os pontos D e C, tem-se:

$$V_{DC} = V_{AD} - V_{AC} = \frac{1}{2}U - \frac{1}{2}U = 0 \quad (\text{este pode ser medido})$$

No entanto, sob deformação, teremos:

Entre ACB:

$$i = \frac{U}{R + (R + \Delta R)}, \text{ pois } \Delta R \text{ é o aumento da resistência devido à deformação do strain gauge.}$$

A voltagem em AC é:

$$V_{AC} = iR = \frac{U}{2R + \Delta R}R$$

No trecho ADB:

$$i = \frac{U}{2R} \quad \text{e} \quad V_{AD} = iR = \frac{1}{2}U$$

Logo, a voltagem entre D e C, que pode ser lida no voltímetro é:

$$V_{DC} = V_{AD} - V_{AC} = \frac{U}{2} - U \frac{R}{2R + \Delta R} \quad \text{ou} \quad V_{DC} = U \frac{4R}{4R + 2\Delta R}$$

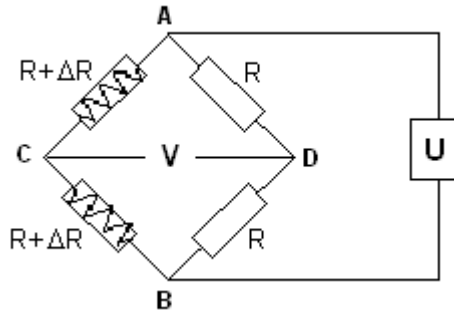
Como ΔR é muito pequeno, $2\Delta R$ é desprezível, logo, pode-se escrever:

$$V_{DC} = \frac{U}{4} \frac{\Delta R}{R}$$

onde $\frac{\Delta R}{R}$ é a variação específica da resistência do strain gauge e é diretamente proporcional a ε . Então, conclui-se que se pode ter uma escala no medidor que faz a conversão direta da deformação ε , de acordo com a variação da resistência.

É importante observar que existe uma corrente, embora possa ser mantida muito baixa, passando pelo voltímetro entre os pontos CD . Então, é necessário que o medidor tenha alta resistência e também seja adequado para medir baixas voltagens.

b) A meia ponte possui dois strain gauges. Desta forma pode-se fazer compensação de temperatura (variações de temperatura alteram a resistência). Logo, se há variação da resistência devido à temperatura, pode-se mesmo assim obter $V=0$ entre os pontos D e C, como será demonstrado.



Em ACB a corrente que passa é:

$$i = \frac{U}{2(R + \Delta R)}$$

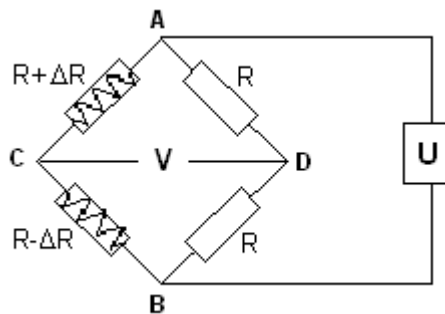
Mas, $V_{AC} = iR_{AC} = \frac{U}{2(R + \Delta R)}(R + \Delta R) = \frac{U}{2}$

Da mesma forma, para ADB:

$$i_{ADB} = \frac{U}{2R}, \quad V_{AD} = \frac{U}{2R}R = \frac{U}{2}, \text{ então,}$$

$$V_{DC} = V_{AD} - V_{AC} = 0 \text{ (não há efeito devido à temperatura na voltagem de saída entre D e C.)}$$

A voltagem é diferente de zero se há variação na tensão sobre o material:



Verificação:

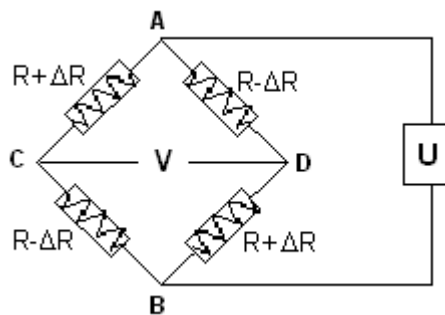
A resistência total na porção CAB é $2R$. Idem para CDB

$$U = 2Ri$$

$$V_{AC} = (R + \Delta R) \frac{U}{2R}, \quad V_{CD} = R \frac{U}{2R} = \frac{U}{2}$$

$$V_{AD} = V_{AC} - V_{CD} = \frac{U \Delta R}{2R}$$

c) A ponte cheia é aquela onde há 4 strain gauges. A compensação de temperatura pode ser feita e, a máxima voltagem de saída é para carregamento mecânico igual e oposto (ex. esforço de tração).



Para máxima voltagem, $V = U \frac{\Delta R}{R}$

Cuidados a serem tomados antes das medições

1) Ajuste do zero:

Pelo fato dos strain gauges da ponte não terem exatamente a mesma resistência, uma das resistências desta ponte deve ser a resistência compensadora, para proporcionar o zero antes do carregamento. Isto pode ser feito por meio de resistências em série (acrescentam-se resistências até que se obtenha o zero)

2) Leitura dos dados de saída:

Os equipamentos de leitura são ajustados para permitirem ler em micro strain.

- Em medições estáticas e dinâmicas:

Se a velocidade é muito alta, se necessário, utilizar instrumentos que possam gravar os valores. Existem softwares que permitem registrar e graficar os dados.

Pode-se também visualizar através do osciloscópio (mostra voltagem X tempo). Neste chegam somente voltagens alternadas. A montagem é feita com fonte de corrente contínua.

As medições com corrente contínua oferece a vantagem de tornar a montagem mais simplificada, além de ser possível alimentar várias fontes com c.c. simultaneamente, sem alteração do balanceamento durante o ajuste de uma dada fonte pertencente ao conjunto.

Compensações necessárias

Alguns ajustes devem ser feitos para que as medições com os strain gauges sejam confiáveis. Existem diversas maneiras de se fazer tais ajustes. Como exemplo pode-se citar:

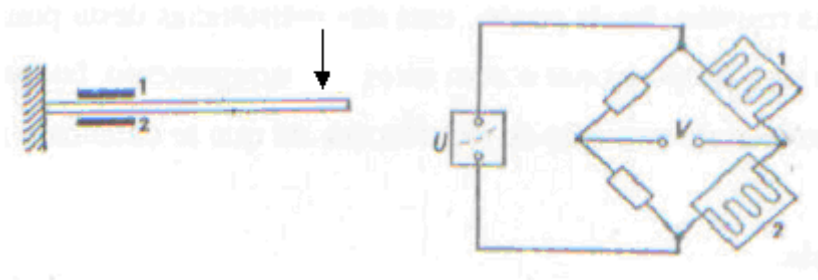
1) Efeito da temperatura no ponto zero:

Existem diversas maneiras para se fazer esta compensação.

Exs.:

-Usar strain gauges exclusivamente para este propósito (são denominados fictícios). Os gauges ativos são os que realmente indicam a deformação.

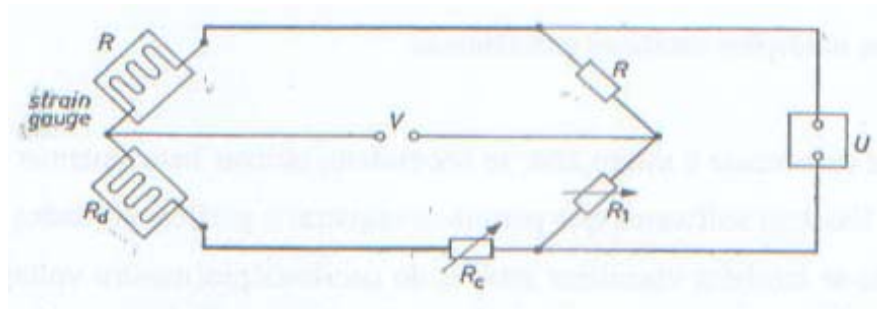
Numa viga engastada utilizando-se um sensor fictício (1) e outro ativo (2):



$$\text{No sensor ativo: } V = \frac{U}{2} K \epsilon_b$$

$$\text{No sensor fictício: } V = \frac{U}{4} K \epsilon_b$$

Uma outra opção, que é a mais frequentemente usada, é a compensação por meio de um filamento extra, incorporado ao gauge:



O filamento tem resistência R_d que depende da temperatura. R_c é a resistência de compensação. R_d é muito baixa, com alto coeficiente de dilatação térmica. Para o balanceamento completo :

$$R_1 = R_c + R_d .$$

α_t é a variação relativa da resistência do gauge por $^{\circ}\text{C}$. Então, a variação relativa de $(R_c + R_d)$ / $^{\circ}\text{C}$ é:

$$\alpha_t = \frac{\alpha_{tf} R_d}{R_c + R_d} , \quad \text{onde } \alpha_{tf} \text{ é o coeficiente de dilatação térmica do filamento}$$

A resistência de compensação é então calculada por

$$R_c = \frac{\alpha_{tf} R_d - \alpha_t R_d}{\alpha_t}$$

Conhecendo-se α_t encontra-se R_c .

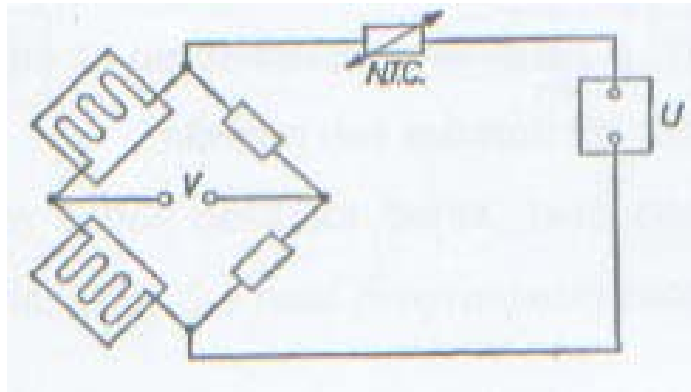
Estes métodos citados são aplicáveis também aos gauges de semicondutores.

2) Compensação das variações do fator K

O fator K na maioria dos strain gauges (inclusive semicondutores) é sensível às flutuações de temperatura, muito embora a variação possa ser desprezada em strain gauges para medições a altas temperaturas(200 a 800 $^{\circ}\text{C}$) . Dentre os métodos mais usados para esta compensação vale citar:

- Compensação por variação da voltagem da ponte

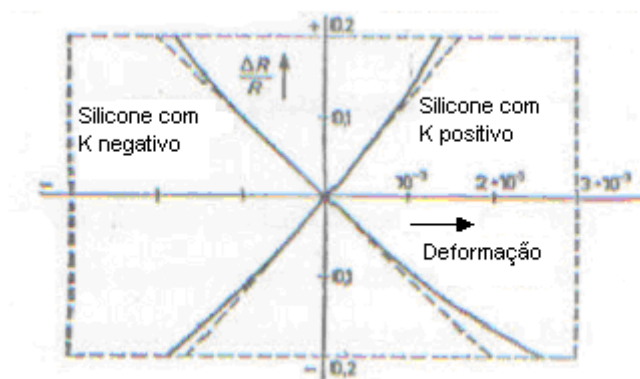
O objetivo é manter a voltagem de saída da ponte constante, através do aumento da voltagem que atravessa a ponte quando o fator K diminui. O aumento da voltagem na ponte é obtida através de uma resistência colocada em série com a fonte que supre a ponte (U), em que a resistência tem um coeficiente de temperatura negativo (NTC).



A temperatura desta resistência deve estar o mais próximo possível da T do strain gauge. A resistência NTC diminui com o aumento de T , então, a voltagem que atravessa a ponte aumenta e o decréscimo da sensibilidade do gauge é compensada.

3) Compensação dos desvios da linearidade:

Nos gauges semicondutores a linearidade não é muito boa . O gráfico seguinte ilustra:



Verifica-se que, se, por exemplo, ao usar silicone de K positivo, a sensibilidade aumenta quando a deformação aumenta. Ao contrário, diminui quando é usado silicone de K negativo. Uma forma de se fazer esta compensação seria combinar gauges com carga trativa e compressiva.

Método de Fixação dos strain gauges

Técnica de colagem:

A cura do adesivo pode ser feita à temperatura ambiente ou à alta temperatura. A alta temperatura refere-se a níveis acima de 100 °C. (a vantagem é que se pode medir com temperaturas altas). Faz-se à temperatura ambiente quando o objeto a ser investigado não pode ser aquecido ou não se vai trabalhar a altas temperaturas.

Para cura a T ambiente tem-se dois tipos de adesivos:

- De um componente: o solvente evapora-se no ar ou uma reação química com o ar efetua a adesão. Outros podem ser curados sob pressão.

Os adesivos sensíveis à pressão podem também ser usados para a colagem de plásticos e strain gauges tipo filme, e são sensíveis à pressão do dedo. Podem ser utilizados em vários tipos de superfícies.

- De dois componentes: em geral são de resina de epóxi ou poliéster, com um monômero e endurecedor. A cura é rápida e quando são misturados há a polimerização, ocorrendo a adesão. Pode-se trabalhar com estes adesivos em temperaturas mais altas. A restrição é a superfície a ser aderida, ao contrário do adesivo de um componente.

Cuidados a serem tomados no processo de colagem:

- Ter uma superfície um pouco rugosa e limpa (por exemplo etil acetato, metil etil cetona, tricloroetileno são usados para limpeza)

- Prevenir bolhas de ar embaixo do sensor. A pressão no sensor deve ser mantida durante a cura.

- Em superfícies onde há flutuações de temperatura a condutividade térmica do adesivo deve ser melhorada. Existem aditivos para os adesivos com este objetivo.

- Os strain gauges devem ser capazes de medir em ambientes diversos, por isso há também diferentes materiais para os strain gauges e para os conectores (borrachas, resinas, pvc etc.). Às vezes pode-se perder alguma característica do sensor em função da necessidade de sua proteção.

Cabos conectores:

Enrola-se os arames do gauge aos fios condutores, ou solda-se (os que tem terminais em tiras) aos fios condutores, os quais devem estar fixados por uma massa ou adesivo, e a junção deve estar bem solidária à superfície.



A resistência dos cabos deve ser baixa, bem como deve ser o seu coeficiente de temperatura da resistência, além das boas propriedades mecânicas

Aplicações

Estes sensores são usados para medir tensão e deformação em estruturas (concreto, pontes, trilhos de trens, aviões etc.) e também para determinar-se quantidades derivadas, como por exemplo, força, torque, momentos, aceleração, pressão, vibração.

Para as quantidades derivadas deve-se tomar cuidado devido às desvantagens . Sendo assim, em alguns momentos um dado método pode ser mais trabalhoso (ex. montagem) porém os resultados são mais satisfatórios. As vantagens para utilizá-los neste caso é que estes instrumentos não deterioram, tem pequenas dimensões.

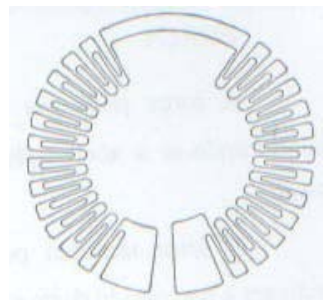
Para a medição de forças utilizam-se as denominadas células de carga, que são elementos elásticos, onde atua um campo de tensões, e se pode medir as deformações através dos strain gauges (para força ou torque).

Para a medição de pressão, mede-se também a deformação do elemento elástico (que está sendo deformado devido à pressão do fluido). Pode-se colocar o strain gauge na superfície a ser deformada. No caso de serem baixas as pressões, usa-se membranas, as quais cobrem áreas maiores e dão a força resultante que está sendo aplicada ao elemento elástico. O strain gauge pode ser colocado nesta membrana.

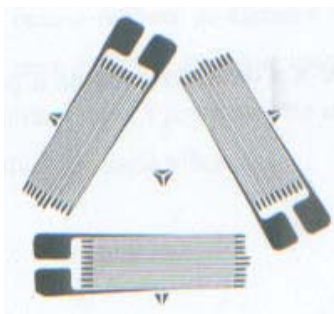
Os strain gauges podem ser usados para indicarem deformações em diferentes direções, como mostrado nas figuras abaixo. Os do tipo roseta são empregados quando as direções de deformações num ponto da superfície não são conhecidos. Assim, os prolongamentos dos enrolamentos irão convergir no ponto desejado para a medição. Este pode ser configurado em diferentes direções, mas geralmente são de 45 ou 65° . Os extensômetros do tipo T permitem fazer medições de extensão longitudinal e transversal.



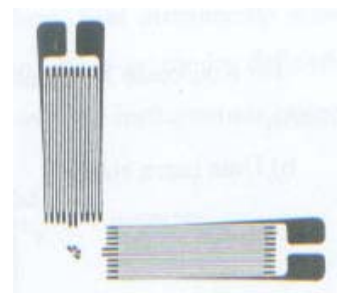
Para deformação tangencial



Para deformação radial



Roseta



Roseta

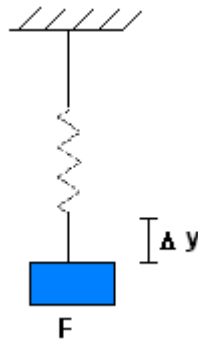
MEDIDA DE FORÇA E TORQUE

FORÇA

A força pode ser determinada através da medição da massa de um corpo, e, conhecendo-se a aceleração à qual o corpo está submetido, pela segunda lei de Newton, $F=m.a$.

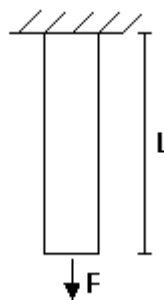
A força também pode ser determinada através de elementos elásticos, os quais indicam a magnitude desta por meio de um medidor de deslocamento. Por exemplo:

- a) O sistema massa-mola



$F = K.x$, onde $K =$ constante da mola e x a deflexão da mola a partir da posição de equilíbrio.

- b) Uma barra elástica



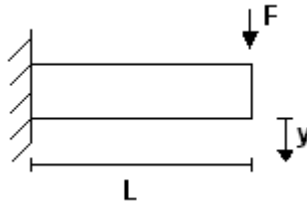
$$F = \frac{AE}{L} y \quad \text{onde}$$

$A =$ área da seção transversal

$L =$ comprimento da barra

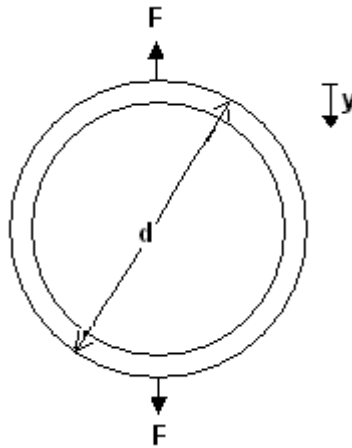
$E =$ módulo de Young

c) Uma viga elástica



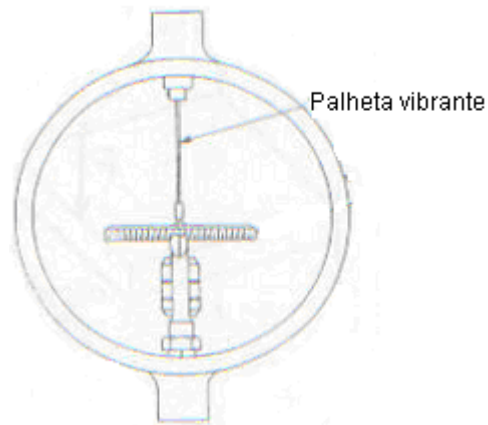
$$F = \frac{3EI}{L^3} y \quad \text{onde } I = \text{momento de inércia da viga na direção da flexão}$$

d) Um outro exemplo de instrumento para medir força com medidor de deslocamento é o anel de parede fina, o qual é um elemento elástico e, quando sujeito à força, uma deflexão pode ser medida.



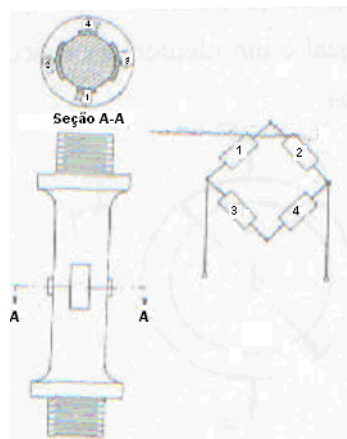
$$F = \frac{16}{\pi/2 - 4/\pi} \frac{EI}{d^3} y$$

e) O anel de teste é um anel, dentro do qual tem-se um micrômetro. Existe uma palheta vibrante que, quando a força é aplicada a palheta vibra. Vai-se aproximando o micrômetro até que o contato com a palheta se efetue e esta pare de vibrar. Este instrumento é empregado como padrão para calibrar grandes máquinas de tração. Pode-se medir deflexões muito pequenas, da ordem de $0,5 \mu\text{m}$ com este instrumento. Através de instrumentos óticos pode-se medir a amplitude daquela vibração.

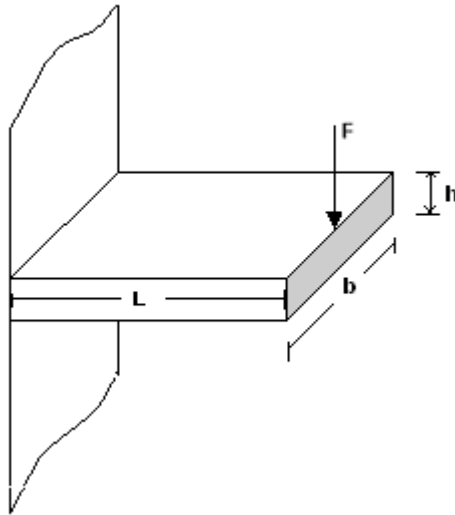


f) Utilizam-se também instrumentos que contém sensores de deformação (strain gauges). Ex.: células de carga para força e torque.

Muitas máquinas empregadas nos ensaios mecânicos (dinâmicos ou estáticos) utilizam estes sensores.



Exemplo: Uma viga é construída de aço mola com $E = 2 \times 10^{11}$ Pa. A viga tem 5mm de largura, 1mm de espessura e $25 \pm 0,02$ mm de comprimento. Um LVDT é usado para medir o deslocamento da viga. Estima-se que sua incerteza seja da ordem de $\pm 0,02$ mm. As incertezas nas dimensões da barra são estimadas em $\pm 0,01$ mm. Calcule a força aplicada e sua incerteza experimental, quando o deslocamento medido for $y = 2,5$ mm.



Como a força na barra é $F = \frac{3Ebh^3}{12L^3} y$, então $F=F(E,b,h,L,y)$.

A incerteza na medida da força será:

$$\delta F = \left(\frac{\partial F}{\partial E} \delta E \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial b} \delta b \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial h} \delta h \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial L} \delta L \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \delta y \right)^2$$

$\delta E \cong 0$, logo

$$\left(\frac{\delta F}{F} \right)^2 = \left(\frac{\delta b}{b} \right)^2 + 9 \left(\frac{\delta h}{h} \right)^2 + 9 \left(\frac{\delta L}{L} \right)^2 + \left(\frac{\delta y}{y} \right)^2$$

Assim, o valor nominal da força é:

$$F = \frac{(3)(2 \times 10^{11})(5 \times 10^{-3})(1 \times 10^{-3})^3}{(12)(25 \times 10^{-3})^3} (2,5 \times 10^{-3}) = 40,0 \text{ N}$$

a incerteza é:

$$\left(\frac{\delta F}{F} \right)^2 = \left(\frac{0,01}{5} \right)^2 + 9 \left(\frac{0,01}{1} \right)^2 + 9 \left(\frac{0,02}{25} \right)^2 + \left(\frac{0,02}{2,5} \right)^2$$

$$\frac{\delta F}{F} = 0,0312 = \pm 3,12\%$$

TORQUE

Para medição de torque pode-se verificar a deformação angular de uma barra sólida ou oca, onde o momento é dado por:

$$M = \frac{\pi G (r_0^4 - r_i^4)}{2L} \phi$$

G : módulo de elasticidade à torção

r_0 : raio externo

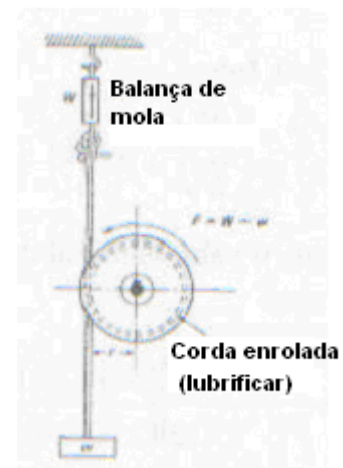
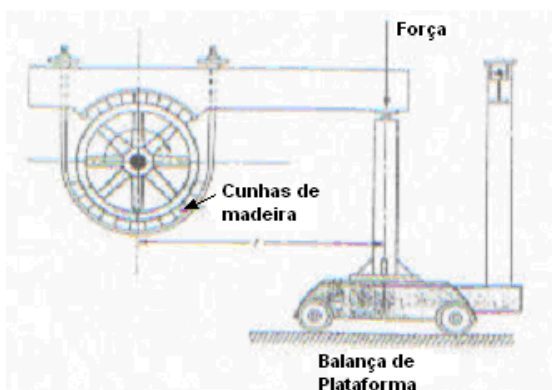
r_i : raio interno

ϕ : deflexão angular

L: comprimento do cilindro

O torque associado à medida de rotação de um eixo é utilizado na medição da potência transmitida.

Um instrumento muito comum para a medição de torque é o freio de Prony. Este é o dispositivo mais antigo para a medição de potência de um motor.



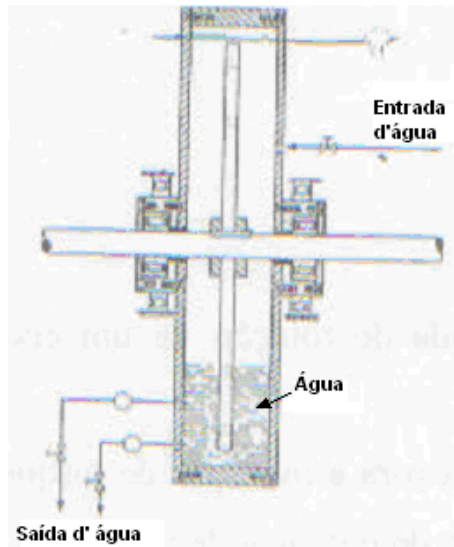
Quando o eixo gira, tende a movimentar o braço de alavanca, devido à restrição que este impõe ao volante, pela pressão da cinta. Deste modo, uma balança mostra uma massa inicial (antes do torque ser aplicado) e durante a aplicação do mesmo (massa final). Então, o torque é dado por $T = F \cdot L = \Delta m \cdot g_{\text{local}} \cdot L$, onde

g é a aceleração da gravidade local,

$$\Delta m = m_{\text{inicial}} - m_{\text{final}}$$

A potência associada a este torque é $P = T \cdot \omega$, sendo ω a rotação em rad/s.

Outra forma de medição de potência é através do dinamômetro hidráulico (freio à água), que dissipa a energia pelo atrito com água. Neste equipamento o rotor pressiona água contra as aletas fixas na carcaça, produzindo o mesmo efeito físico que o freio de Prony.



Conhecendo-se as temperaturas de entrada e saída da água, e a vazão desta, pode-se determinar a potência absorvida, através da relação:

$$Q = \frac{14,33P}{T_{saída} - T_{entrada}}$$

onde

Q= vazão em litros por minuto

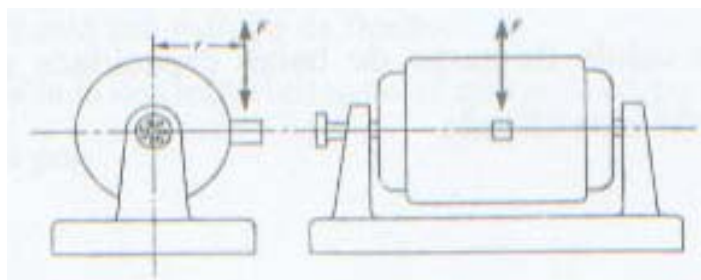
P= potência em kW

T= temperatura em °C

Outros exemplos de dispositivos de medição de potência são:

- Dinamômetro elétrico

Seu custo é muito elevado, pois este é um gerador elétrico que ao ser acionado pela máquina a ser testada produz energia elétrica. Este pode ser utilizado como motor elétrico para medição de potência de atrito de máquinas. O gerador é suportado por rolamentos, e este contém um braço de alavanca que está conectado a um medidor de força.



- Dinamômetro de correntes de Foucault

Contém um rotor que é acionado pela máquina a ser testada. Este rotor fica imerso num campo magnético cuja intensidade é controlada por uma bobina alimentada por corrente contínua, o que permite a variação da carga aplicada. A força necessária para transmitir o movimento à carcaça é medida determinando-se a potência e torque. São usados geralmente para ensaios onde se exija maior precisão.

Além destes exemplos citados existem outros métodos para a determinação do torque, como células de carga de torção. As mais comuns são colocadas diretamente sobre eixos fixos, ou em eixos girantes. Neste último caso, a dificuldade para a utilização é maior porque o sinal elétrico de saída deve ser transmitido do eixo girante para um instrumento estacionário.

As células de torque contém um elemento mecânico, o qual em geral é um eixo com seção transversal circular e um sensor de deformação, o strain gauge.

A capacidade da célula de carga depende do diâmetro do eixo e do limite de proporcionalidade do material na torção.

Conforme visto, existem diversos meios de se medir força e torque. Porém, para que se tenha confiança nas medições deve-se calibrar todos os instrumentos. O recurso utilizado na calibração depende da exigência do grau de incerteza aceitável nos instrumentos, cuja faixa é determinada por normas para cada tipo de aplicação.