Métodos de Medidas Baseados na Analogia com Processos de Transferência de Calor

Vários processos envolvendo transferência de calor podem ser estudados por meio de problemas físicos análogos

No caso de difusão de calor em sólidos ou em fluidos estagnados, o fluxo de calor está relacionado com a distribuição de temperatura no meio pela lei de Fourier.

$$\vec{q} = -k \, \text{grad}\, T$$

De um modo similar, a difusão de massa em sólidos e em fluidos estagnados está relacionada com o campo de fração mássica pela lei de Fick. Em uma mistura de 2 componentes um gradiente de um dos componentes produz um fluxo de massa dado por,

$$j = -\rho \, D_{AB} \, \text{grad}\, \omega_A$$

para estes processos, vê-se que as duas equações têm formas análogas.

No caso de convecção forçada com propriedades constantes, podemos escrever para a equação da energia,

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2}$$

usando as seguintes variáveis adimensionais,

$$\theta = \frac{T - T_f}{T_w - T_f}, \quad u_i^* = u_i / u_\infty, \quad x_i^* = x_i / L, \quad t^* = t\, v_\infty / L$$

onde, T_f : temperatura do fluido ao longe

T_w : temperatura do fluido na parede

u_∞ : velocidade ao longe

L : dimensão característica

substituindo,

$$\frac{\rho c (T_w - T_f) v_\infty}{L} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t^*} + u_i^* \frac{\partial \theta}{\partial x_i^*} \right) = \frac{k (T_w - T_f)}{L^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i^{*2}}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^*} + u_i^* \frac{\partial \theta}{\partial x_i^*} = \frac{\alpha}{\nu \frac{v_\infty L}{\nu}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i^{*2}}$$

ou

$$\boxed{\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_i^* \frac{\partial \theta}{\partial x_i^*} = \frac{1}{Re\, Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i^{*2}}}$$

com $Pr = \nu / \alpha$

$\alpha = k / \rho c$

$Re = v_\infty L / \nu$

condições de contorno:

na parede $\rightarrow \theta = 1$

ao longe $\rightarrow \theta = 0$

Para um problema convectivo de transferência de massa podemos escrever,

$$\rho \left(\frac{\partial w_A}{\partial t} + u_i \frac{\partial w_A}{\partial x_i} \right) = \rho \mathcal{D}_{AB} \frac{\partial^2 w_A}{\partial x_i^2}$$

onde w_A é a fração mássica do componente A na mistura binária AB. w_A representa a massa de A dividido pela massa da mistura.

usando as seguintes variáveis adimensionais,

$$\Omega_A = \frac{\omega_A - \omega_{Af}}{\omega_{Aw} - \omega_{Af}} \quad , \quad u_i^* = u_i / u_\infty \quad , \quad x_i^* = x_i / L \quad , \quad t^* = t U_\infty / L$$

onde, ω_A : fração mássica do componente A

ω_{Af} : fração mássica do componente A ao longe

ω_{Aw} : fração mássica do componente A na parede

substituindo,

$$\frac{(\omega_{Aw} - \omega_{Af}) \rho U_\infty}{L} \left(\frac{\partial \Omega_A}{\partial t} + u_i^* \frac{\partial \Omega_A}{\partial x_i^*} \right) = \frac{\rho \mathcal{D}_{AB} (\omega_{Aw} - \omega_{Af})}{L^2} \frac{\partial^2 \Omega_A}{\partial x_i^{*2}}$$

$$\frac{\partial \Omega_A}{\partial t} + u_i^* \frac{\partial \Omega_A}{\partial x_i^*} = \frac{\mathcal{D}_{AB}}{\nu \frac{U_\infty L}{\nu}} \frac{\partial^2 \Omega_A}{\partial x_i^{*2}}$$

ou

$$\boxed{\frac{\partial \Omega_A}{\partial t} + u_i^* \frac{\partial \Omega_A}{\partial x_i^*} = \frac{1}{Re\, Sc} \frac{\partial^2 \Omega_A}{\partial x_i^{*2}}}$$

com $Sc = \nu / \mathcal{D}_{AB}$

$Re = U_\infty L / \nu$

condições de contorno:

na parede $\Omega_A = 1$

ao longe $\Omega_A = 0$

O fluxo de calor na parede é uma variável de interesse que pode ser obtido da solução do campo de velocidade:

$$q_w = -k \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$$

adimensionalizando-se,

$$q_w = -\frac{k(T_w - T_f)}{L} \left.\frac{\partial \theta}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}$$

Assim o fluxo adimensional é dado por

$$Nu = \frac{q_w L}{k(T_w - T_f)} = -\left.\frac{\partial \theta}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} ,$$ o número de Nusselt.

De maneira análoga, o fluxo de massa na parede é dado por

$$j_w = -\rho D_{AB} \left.\frac{\partial \omega_A}{\partial y}\right|_{y=0}$$

adimensionalizando-se,

$$j_w = -\frac{\rho D_{AB}(\omega_{Aw} - \omega_{Af})}{L} \frac{\partial \Omega_A}{\partial y^*}$$

$$Sh = \frac{j_w L}{\rho D_{AB}(\omega_{Aw} - \omega_{Af})} = -\frac{\partial \Omega_A}{\partial y^*} ,$$ o número de Sherwood.

Assim, o campo de temperatura adimensional depende de Re e Pr, enquanto o campo adimensional de fração mássica depende de Re e Sc. Os fluxos nas paredes dependem de,

$$Nu = f(Re, Pr) \quad e \quad Sh = f(Re, Sc)$$

Para problemas com geometrias semelhantes a funçco "f" é a mesma, e se $Pr = Sc$, Nu e Sh são análogos.

Pode-se mostrar que a analogia entre os processos de transferência de calor e massa vale também para outros tipos de condições de contorno e para o caso de escoamento turbolento. Neste caso, as difusividades turbulentas de massa e momento linear devem ser iguais. Há evidências experimentais fortes que indicam ser este o caso.

Para escoamentos em convecção natural, a analogia entre transferência de calor e massa existe para situações onde a hipótese de Boussinesq é válida. Esta hipótese quando os gradientes de ~~velocidade~~ densidade são pequenos, mas suficientes para acionar o escoamento. Na hipótese de Boussinesq o termo de empuxo na equação de quantidade de movimento linear é substituído por

$$\rho_{ref}\, g\, \beta\, (T - T_{ref}) \quad \text{ou por} \quad \rho_{ref}\, \beta'\, g\, (\omega_A - \omega_{A\,ref})$$

dependendo se é um gradiente de temperatura ou fração mássica que aciona o escoamento. Os coeficientes de expansão volumétrica são definidos como

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left.\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \quad \text{e} \quad \beta' = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial \omega_A}.$$

Assim as equações que governam a transferência de calor e massa são análogas, com o número de Rayleigh substituindo o número de Reynolds

Da mesma forma que para o caso de convecção forçada temos,

$$Nu = f^*(Ra, Pr) \quad e \quad Sh = f^*(Ra^*, Sc)$$

com $Ra = \dfrac{g\beta \Delta T_{ref} L^3}{\nu \alpha}$ e $Ra^* = \dfrac{g\beta' \Delta \omega_{ref} L^3}{\nu D_{AB}}$

Assim para a mesma geometria e condições de escoamento Nu corresponde a Sh, Ra corresponde a Ra^* e a funções f^* são as mesmas.

Deve-se tomar cuidado com problemas de convecção natural onde transferência de calor e massa ocorrem simultaneamente a analogia deixa de ser válida.

A Técnica de Sublimação de Naftaleno ($C_{10}H_8$)

Na técnica de sublimação de naftaleno o processo de transferência de calor é estudado através do processo análogo de transferência de massa resultante da sublimação do naftaleno para uma corrente de ar.

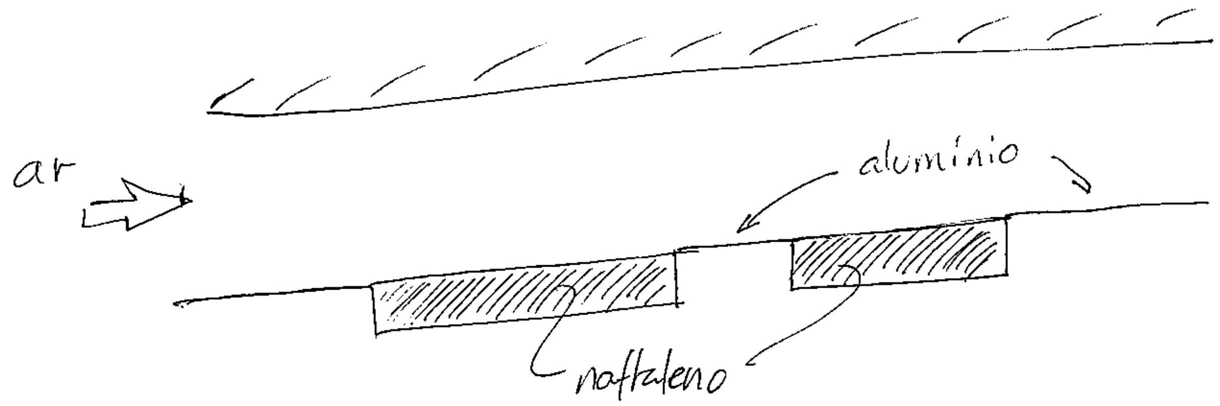
Nesta analogia, superfícies aquecidas do problema térmico são substituídas por superfícies de naftaleno sólido.

Para sermos rigorosos, durante a sublimação de naftaleno para o ar existe uma velocidade transversal do componente que não encontra paralelo no problema de transferência de calor, invalidando a analogia. Pode-se mostrar que esta velocidade é muitas ordens de grandeza menor que as velocidades características do escoamento, possibilitando o uso da analogia.

Dois tipos de condições de contorno podem ser produzidas com a técnica de naftaleno.

Parede com temperatura constante $\Rightarrow$ Parede de naftaleno sólido exposto ao ar

Parede adiabática $\Rightarrow$ Parede metálica sem naftaleno



Preparação: — fundição
— deposição e usinagem

Redução de dados:

perdas de massa ("after run")

$$\dot{m} = \Delta m / \tau$$

$$h_M = \frac{\dot{m}/A}{\rho(\omega_{nw} - \omega_{nf})} = \frac{\dot{m}/A}{\rho_{nw} - \rho_{nf}}$$

ω_{nw}: fracção mássica do vapor de naftaleno na superfície de sublimação.

ω_{nf}: fracção mássica do vapor de naftaleno no ar

$$\rho_n = \rho \, \omega_n$$

assumindo gás ideal: $\rho_n = \dfrac{p_n}{RT}$ onde p_n: pressão parcial do vapor de naftaleno no ar

R: 64,87 J/Kg K

na superfície sólida, naftaleno sólido está em equilíbrio com seu vapor

$$\ln p_{nw} = B_1 - \frac{B_2}{T_W}$$

onde: $B_1 = 31.232$
$B_2 = 8587.36$ (Sogin)

$$Sh = h_M L / D = h_M L \, Sc / \nu$$

$Sc = 2{,}53$

Transferência de massa local : $\dot{m}''(x) = \rho_s \dfrac{\delta(x)}{\tau}$

Analogia,

$$\frac{Nu}{Sh} = \left(\frac{Pr}{Sc}\right)^n$$

Referência: The naphtalene sublimation technique, P.R. Souza Mendes
Experimental Thermal and Fluid Science 1991, 4, 510:523.