

# MEDIDAS DINÂMICAS

## INTRODUÇÃO

A medição é uma operação, ou conjunto de operações, destinadas a determinar o valor de uma grandeza física. O seu resultado, acompanhado da unidade conveniente, constitui a medida da grandeza.

Muitas vezes os experimentos requerem medidas de grandezas físicas que variam com o tempo. Para a correta medição destas grandezas, é necessário conhecer as propriedades dos sinais a serem medidos, assim como as propriedades dos instrumentos de medição utilizados.

O objetivo desta aula é apresentar técnicas e conceitos básicos de condicionamento e análise de sinais que são comumente empregadas durante o processo de medição de grandezas físicas por meio de instrumentos.

## TIPOS DE SINAIS

Antes de analisar o sinal de saída de um instrumento, é conveniente ter uma idéia da natureza do fenômeno físico que se deseja medir uma vez que esse sinal deve representar uma grandeza do fenômeno a ser medido. A natureza dos sinais pode ser classificada de acordo com o diagrama da figura 1.

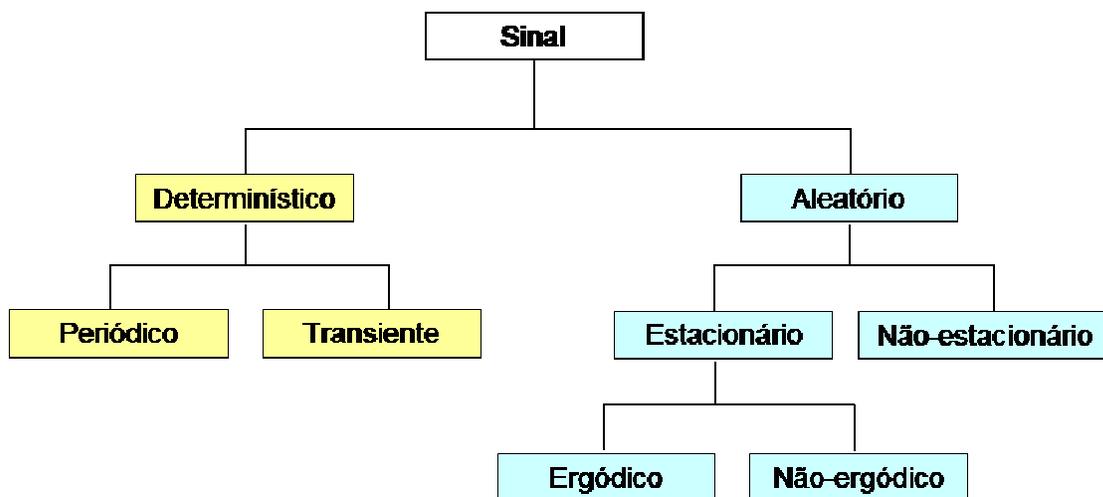


Figura 1: Classificação de sinais

Sinais determinísticos são aqueles que podem ser perfeitamente reproduzidos caso sejam aplicadas as mesmas condições utilizadas na sua geração. Normalmente esses sinais podem ser descritos por funções matemáticas que descrevem o seu comportamento. Os sinais determinísticos podem ser subdivididos em periódicos e transientes. No caso de

sinais periódicos existe um período ( $T$ ) característico após o qual o sinal se repete, a figura 2 exemplifica um sinal periódico.

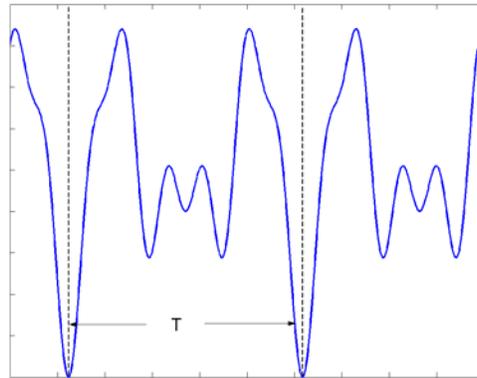


Figura 1: Exemplo de sinal determinístico periódico

Sinais determinísticos transientes normalmente refletem eventos únicos e que não possuem periodicidade aparente, ou seja não possuem período característico. A figura 3 exemplifica esse tipo de sinal.

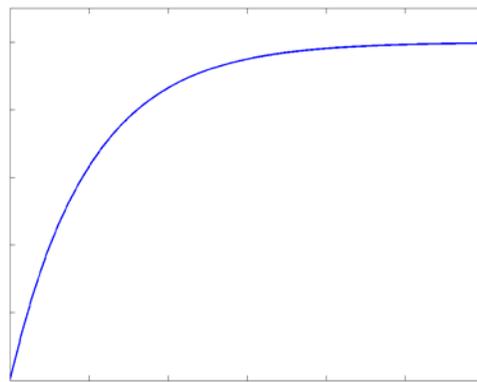


Figura 2: Exemplo de sinal transiente.

Os sinais aleatórios, também chamados de estocásticos, são aqueles que possuem uma variabilidade que dificulta a previsão dos seus valores por funções analíticas e que também não possuem periodicidade aparente. Esse tipo de sinal normalmente se origina de eventos reais que estão sujeitos a influencia de variáveis não controladas. Também podem ser definidos como aleatórios os sinais que possuem uma natureza determinística mas que ainda não podem ser descritos pela física atual ou que aparentem ser aleatórios em comparação com inúmeros outros eventos. Os sinais estocásticos podem ser subdivididos em estacionários e não estacionários. Eventos ou sinais estacionários são aqueles em que suas propriedades estatísticas não são alteradas durante a amostragem, e no caso de eventos não estacionários o oposto ocorre. A figura 3 exemplifica esses dois tipos de sinais.

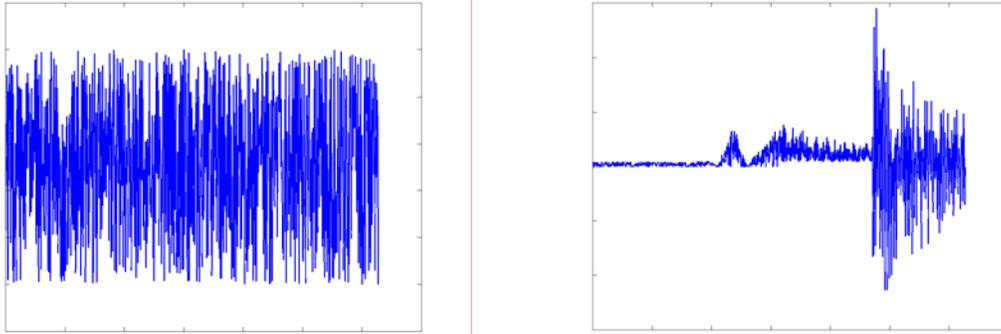


Figura 3: Exemplo de sinais aleatórios estacionários e não estacionários

Sinais aleatórios e estacionários podem ser divididos ainda em ergódicos e não ergódicos. Nos casos classificados como ergódicos as propriedades estatísticas não dependem do tamanho da amostra, ou seja as médias temporais e as médias de eventos são iguais (para informação suplementar buscar sobre *teorema de ergodicidade*). Já nos casos estacionários não ergódicos, somente estatísticas de ordem mais elevada apresentam invariância no tempo.

Na prática é comum a ocorrência de uma situação combinada onde coexista uma parcela determinística e uma estocástica. Esse é o caso típico de escoamentos turbulentos onde existe uma componente do escoamento base, que normalmente é bem comportada, e uma componente aleatória que seria a turbulência (ver figura 4). Eventualmente é possível separar estes sinais em dois e estudá-los individualmente. Para isso é necessário o uso de ferramentas matemáticas para a análise dos sinais.

## ANÁLISE DE SINAIS BÁSICA

O sinal de saída de um instrumento de medição fornece uma descrição de como um parâmetro está relacionado com outro. O sinal de saída de um anemômetro de fio quente é mostrado na figura 4 como exemplo de sinal de saída de um instrumento.

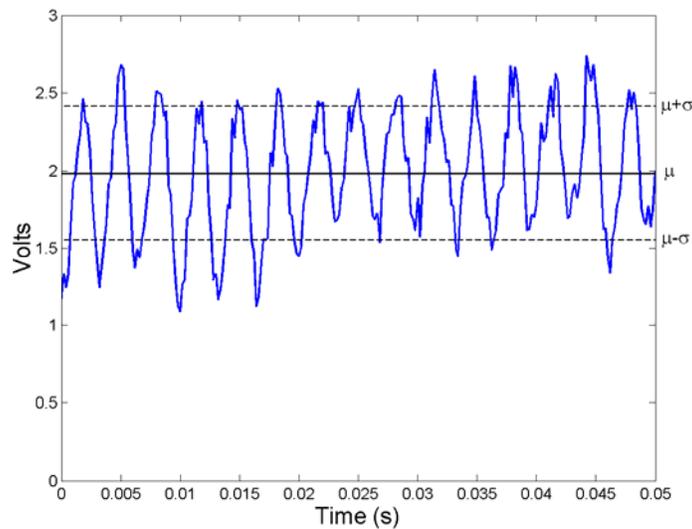


Fig 4: Exemplo de sinal de saída de um anemômetro de fio quente colocado na esteira de um cilindro.

A média do sinal da figura 4 é indicada no gráfico por uma linha contínua seguida da letra grega  $\mu$ . Em termos de sinais é comum se referir ao valor médio como sendo o valor DC (do termo original em inglês “*direct current*”) do sinal. Já a parte do sinal que varia no tempo é também conhecida como a componente AC (“*alternate current*”). Em alguns casos, só interessa a medição da média do sinal de saída do instrumento. Nesses casos, é comum ajustar os equipamentos para trabalharem com medição de sinal DC. Vale lembrar que toda média é feita definindo-se um espaço de amostragem. Logo, todos os instrumentos realizam a integração do sinal durante um período finito para extração da componente DC.

No caso de medição de grandezas que variam com o tempo, existem diferentes maneiras de caracterizar a informação contida na flutuação do sinal. Uma das formas de quantificar a componente AC é através do desvio padrão do sinal, mostrado na figura 4 e que é definido pela equação 1.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (x_j - \mu)^2} \quad (1)$$

Onde  $N$  é o número total de amostras. Note que na equação, o valor do somatório é dividido por  $N-1$  pontos. Essa é uma correção aplicada para compensar erros em amostras pequenas onde o erro na estimação do valor da média ( $\mu$ ) é alto. No caso de amostras grandes o estimador de desvio padrão calculado para  $N$  ou  $N-1$  não é relevante, pois os valores tentem a ser muito próximos.

O desvio padrão é uma medida de quanto a flutuação se afasta do valor médio do sinal. No caso de sinais sem componente média o desvio padrão se torna idêntico ao valor RMS (“*root mean square*”) do sinal. A figura 5 permite uma comparação entre o desvio padrão de diferentes formas de onda em relação ao valor de pico a pico.

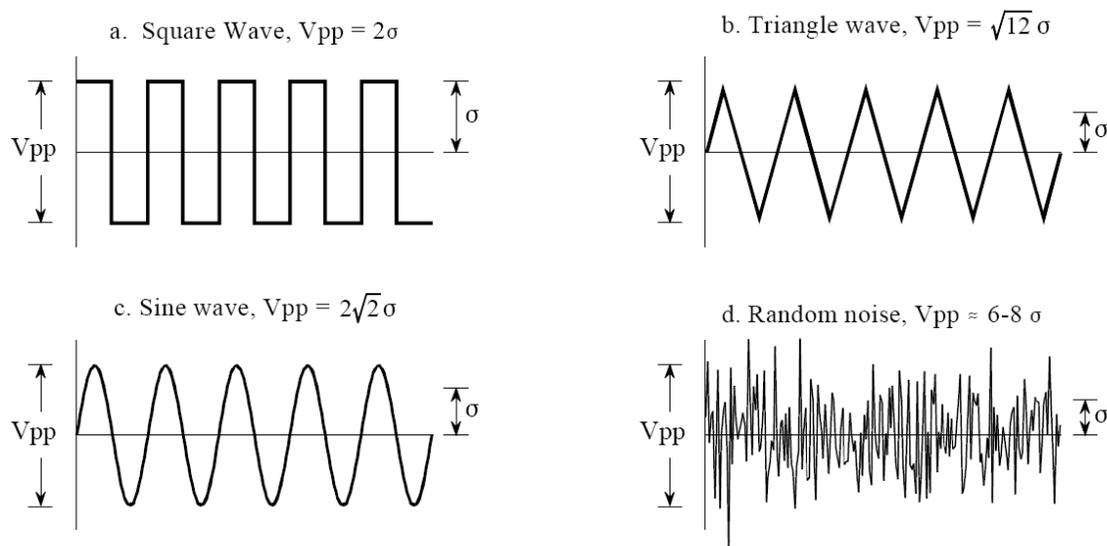


Fig 5: Comparação entre valores pico a pico e de desvio padrão para diferentes formas de onda.

Pode-se notar que os sinais mostrados na figura 5 possuem valores similares de amplitude pico a pico ( $V_{pp}$ ), mas apresentam um desvio padrão completamente diferente. Como o valor do desvio padrão fornece uma medida integral da amplitude ele é mais utilizado para caracterizar sinais alternados. Em eletrônica a caracterização da amplitude da componente alternada é dada normalmente em termos do seu valor RMS.

Uma medida importante que caracteriza a qualidade do sinal medido é a razão entre o sinal de interesse e o ruído, conhecida pela expressão em inglês *signal to noise ratio* (SNR). Essa razão é dada pela expressão abaixo:

$$SNR = \frac{P_{\text{sin al}}}{P_{\text{ruído}}} = \left( \frac{A_{RMS \text{ sin al}}}{A_{RMS \text{ ruído}}} \right)^2 \quad (2)$$

onde P é a potência do sinal. Essa definição é geral e serve tanto para sinais DC quanto para sinais AC. No caso de sinais DC pode-se utilizar uma definição alternativa para a razão entre sinal de interesse e ruído, baseada na média e no desvio padrão, conforme mostrado na equação 3.

$$SNR = \frac{\mu}{\sigma} \quad (3)$$

Na medição de grandezas é sempre interessante manter essa razão a maior possível para minimizar erros de medição associados a sinais estocásticos que não são de interesse.

Mesmo em um sinal com alta SNR pode ser difícil a extração da informação desejada. Isso pode ocorrer quando vários sinais de interesse coexistem em um único sinal. Um exemplo comum onde vários sinais coexistem é observado na recepção de sinais de rádio, onde a informação de várias estações são captadas pela antena, mas somente aquela referente a a aquela a estação sintonizada é de interesse. Nesses casos é necessário a utilização de ferramentas matemáticas mais elaboradas para a análise dos sinais. Uma

alternativa amplamente empregada nesses casos é a representação dos sinais no domínio da frequência.

### Representação de sinais em série de Fourier

Para representar sinais no domínio de frequências existem diversas ferramentas matemáticas dentre as quais destaca-se a representação proposta por Fourier como uma das mais empregadas. Essa ferramenta permite que os sinais sejam representados como a soma de funções harmônicas de acordo como descrito na equação (4)

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ a_k \cos\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) + b_k \text{sen}\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) \right] = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(\omega_0 kt) + b_k \text{sen}(\omega_0 kt)] \quad (4)$$

onde T é o período fundamental do sinal x(t),  $\omega_0 (=2\pi/T)$  a frequência fundamental, k o número do harmônico usado na composição do sinal,

$$a_k = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) dt, \quad k = 0,1,2,\dots \quad (5)$$

e

$$b_k = \frac{2}{T} \int_T x(t) \text{sen}\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) dt, \quad k = 0,1,2,\dots \quad (6).$$

Pode-se observar que nessa representação para  $k=0$  o valor de  $b_k$  é 0 e o valor do cosseno presente na integral de  $a_k$  fica constante e igual a 1. Assim o coeficiente  $a$  para  $k=0$  pode ser reescrito como:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_T x(t) dt, \quad k = 0 \quad (7)$$

Substituindo-se esse termo na equação 4 e desprezando-se os demais termos da série obtém-se a equação para a média de um sinal em um período de tempo T. Logo, esse termo representa a média do sinal. Além disso pode-se concluir que não existe definição de fase para este termo da série, ao contrário de todos os outros termos da série que dependem de valores de senos ou cossenos.

Os demais termos da série representam uma medida da parcela do sinal contida nas frequências dadas por  $\omega_0 k$ . A figura mostra ajuda a visualizar como isso ocorre. No exemplo o sinal  $x(t)$ , definido em um período de 0 a  $2\pi$ , é dado pela função  $\cos(2\pi t)$  e corresponde ao gráfico no alto da figura. Os termos harmônicos da série de Fourier, para  $k=1$  até  $k=3$ , são mostrados no gráfico do meio da figura e o produto entre os harmônicos e o sinal  $x(t)$  são mostrados no gráfico inferior. Nota-se que a única curva de produto dos sinais que deve apresentar integral diferente de 0 é aquela referente ao harmônico  $k=2$ , e que corresponde a frequência do sinal  $x(t)$ . Os demais produtos apresentam médias iguais a 0.

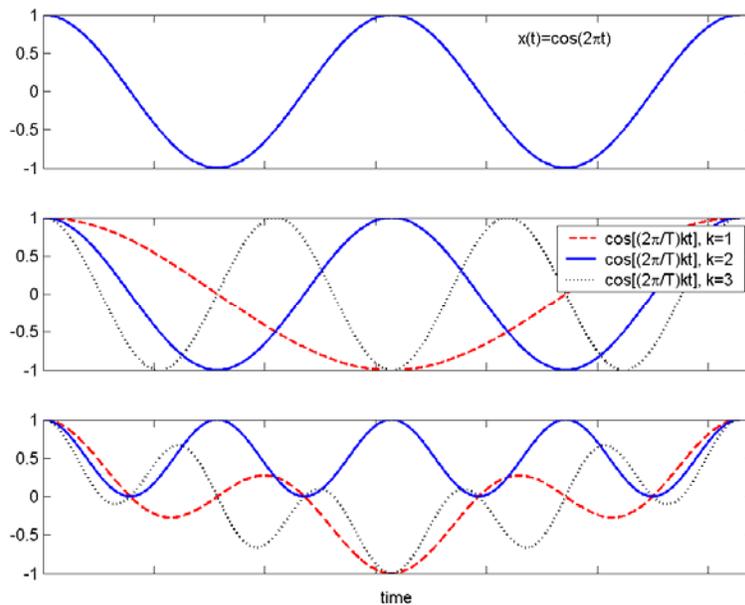


Figura 6: Exemplo do princípio utilizado para a representação de sinais em serie de Fourier.

Os termos  $a_k$  e  $b_k$ , além de representarem a parcela de amplitude do sinal que está contida em cada frequência, permitem também que se estime a parcela que está contida nos termos seno e cosseno. Assim, é possível extrair informações acerca da fase do sinal. Para se obter a amplitude e a fase do sinal em cada modo  $\omega_0 k$  utiliza-se relações trigonométricas simples conforme abaixo:

$$A(\omega_0 k) = \sqrt{a_k^2 + b_k^2};$$

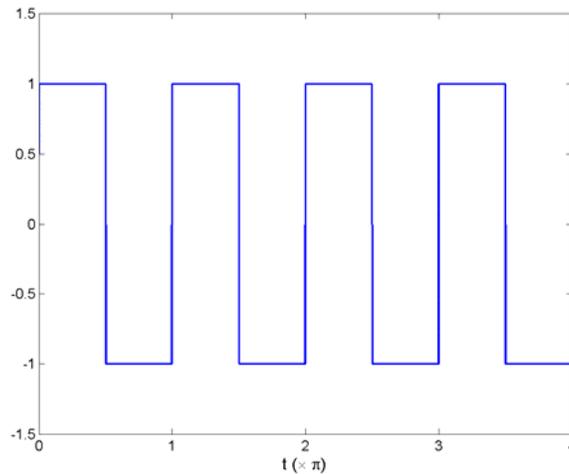
$$\phi(\omega_0 k) = \tan^{-1}\left(\frac{b_k}{a_k}\right). \quad (8)$$

**Exemplo)**

Onda quadrada:

$$x(t) = \text{sign}[\text{sen}(t)]$$

onde  $\text{sign}$  é o sinal da função  $\text{sen}(t)$  e que assume -1 para valores negativos de  $\text{sen}(t)$  e +1 para positivos. A figura a seguir mostra a serie temporal dessa função.



o período fundamental dessa forma de onda é  $T=2\pi$ . Logo  $\omega_0=2\pi/T=1$ . Calculando-se os coeficientes tem-se que:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int x(t) dt = \int_0^{\pi} 1 dt + \int_{\pi}^{2\pi} -1 dt = 0;$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int x(t) \cos(kt) dt = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\pi} 1 \cos(kt) dt + \int_{\pi}^{2\pi} -1 \cos(kt) dt \right] = 0, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

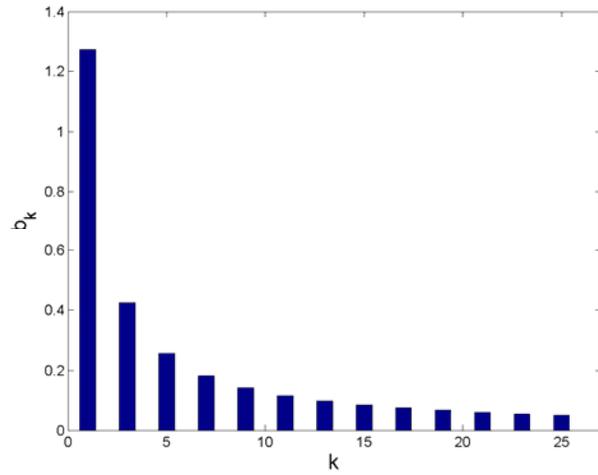
$$b_k = \frac{2}{T} \int x(t) \text{sen}(kt) dt = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\pi} 1 \cdot \text{sen}(kt) dt + \int_{\pi}^{2\pi} -1 \cdot \text{sen}(kt) dt \right]$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ -\frac{1}{k} \cos(kt) \Big|_0^{\pi} + \frac{1}{k} \cos(kt) \Big|_{\pi}^{2\pi} \right] = \begin{cases} \frac{4}{k\pi}, & \text{para } k \text{ ímpar} \\ 0, & \text{para } k \text{ par} \end{cases}$$

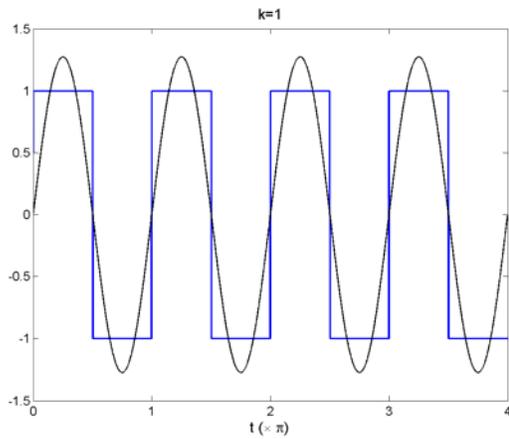
Assim, tem-se que esta é uma série de senos que pode ser escrita como abaixo:

$$x(t) = \frac{4}{\pi} \text{sen}(t) + \frac{4}{3\pi} \text{sen}(3t) + \frac{4}{5\pi} \text{sen}(5t) + \frac{4}{7\pi} \text{sen}(7t) + \dots$$

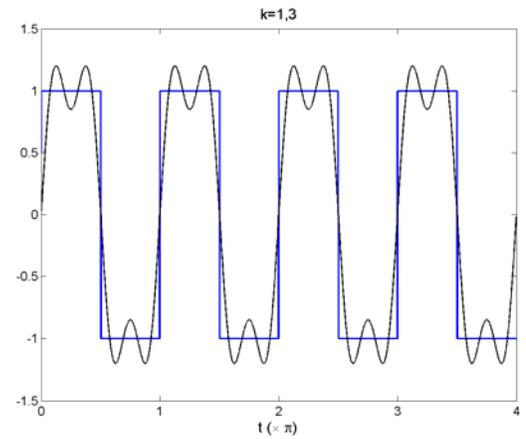
Assim, a representação da série de Fourier no domínio de frequências (indicadas na figura pelo modo  $k$ ) assume a forma mostrada na figura abaixo:



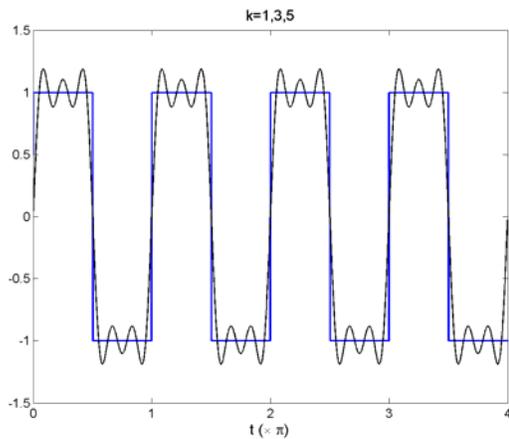
A figura abaixo mostra o sinal  $x(t)$  aproximado por esta série truncada para diversos números de termos.



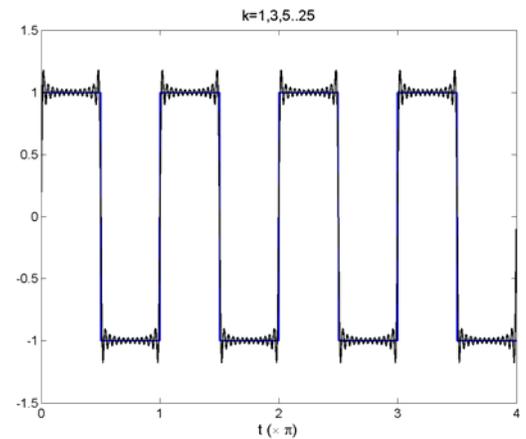
$k=1$



$k=1,3$



$k=1,3,5$

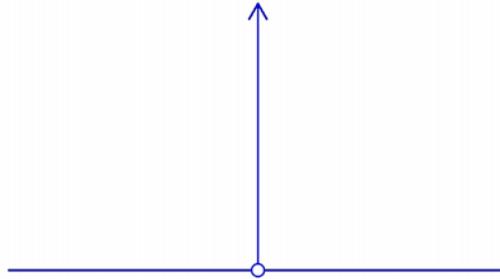


$k=1,3,5,\dots, 25$

Pode-se observar que a série de Fourier se aproxima do valor original da função a medida que o número de termos tende a infinito. Nota-se também que a série tende mais rapidamente para o valor original da função nas regiões mais afastadas de onde ocorre a descontinuidade. A razão para esse efeito pode ser explicada através da série de Fourier de uma função do tipo delta de Dirac.

**Exemplo 2)** Função delta de Dirac  $\delta(t)$ .

A figura abaixo exemplifica a representação temporal dessa função.



Antes de calcular a série de Fourier é necessário relembrar algumas propriedades fundamentais da função delta de Dirac.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1;$$

$$\int_{a-\varepsilon}^{a+\varepsilon} \delta(t-a) f(t) dt = f(a) ;$$

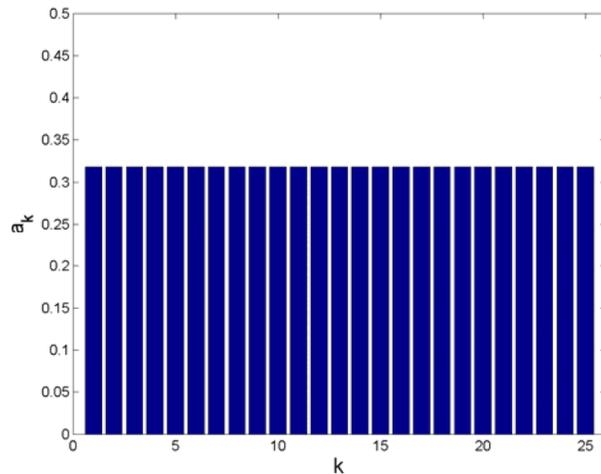
Para um intervalo definido  $-\pi < t < \pi$ , temos um período  $T=2\pi$  e uma frequência característica  $\omega_0=1$ . Com isso os coeficientes da serie de Fourier dessa função são dados por:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-\pi}^{\pi} \delta(t) dt = \frac{1}{\pi} ;$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-\pi}^{\pi} \delta(t) \cos(kt) dt = \frac{1}{\pi} \cos(k \cdot 0) = \frac{1}{\pi}, \quad k = 1,2,3\dots$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-\pi}^{\pi} \delta(t) \sin(kt) dt = \frac{1}{\pi} \sin(k \cdot 0) = 0, \quad k = 1,2,3\dots$$

No caso da função Dirac localizada em  $t=0$ , a série de Fourier vira um somatório de  $a_k$ 's de valores que invariavam com a frequência, conforme mostrado na figura a seguir.



Com base na representação da função delta de Dirac nota-se que um evento localizado no tempo distribui energia para todos os modos no domínio da frequência. Logo, o maior desvio da série de Fourier, truncada a um número finito de modos, em relação ao sinal original ocorre em regiões onde existe uma descontinuidade no tempo. Portanto, essas regiões necessitam de um grande número de termos para uma representação razoável do sinal no domínio do tempo. Por isso, no exemplo anterior da onda quadrada, a série de Fourier do sinal convergiu mais rapidamente para o valor original nas regiões mais afastadas da descontinuidade. Esse efeito devido ao truncamento da série a um número finito de modos é conhecido como *efeito de Gibbs*.

### Transformada de Fourier

A série de Fourier é uma expansão de um sinal periódico em combinações de senos e cossenos. Essa expansão é limitada, pois a série só pode ser calculada para sinais periódicos e de período conhecido. Para criar um método mais robusto que pudesse ser aplicado a quase todos os tipos de sinais Fourier desenvolveu uma transformada baseada no mesmo princípio de representação em séries de senos e cossenos. A transformada de Fourier permite que sinais que ocorrem sem periodicidade também tenham uma representação no domínio das frequências.

Relembrando a formulação da representação em frequência da série de Fourier:

$$F(\omega_0 k) = \begin{cases} a_k & , \text{termos cos seno} \\ b_k & , \text{termos seno} \end{cases}$$

utilizando a notação exponencial e complexa para representar os termos senos e cossenos da série ( $e^{-i\omega t} = \cos(\omega t) - i\sin(\omega t)$ ), é possível reescrever a representação em frequência da série de Fourier em termos de um coeficiente  $c_k$  com componente real e imaginária.

$$F(\omega_0 k) = \begin{cases} c_{kREAL} & , \text{relacionado a termos cos seno} \\ c_{kIMAG} & , \text{relacionado a termos seno} \end{cases}$$

Assim, a série fica: 
$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \cdot e^{-i2\pi\omega_0 kt}$$

Com os coeficientes  $c_k$  dados por:

$$c_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-i2\pi\omega_k t} dt \quad (9)$$

Generalizando a série e estendendo a representação da série de Fourier para um domínio de  $-$  a  $+$ , o período  $T$  tende a: enquanto que a frequência fundamental ( $\omega_0$ ) tende para 0. Assim as componentes  $c_k$ 's formam um contínuo e o somatório da série se converte em uma integral obtendo-se assim a transformada de Fourier.

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i2\pi\omega t} dt \quad (10)$$

onde  $X(\omega)$  é o sinal  $x(t)$  no domínio da frequência. Nessa forma geral a transformada permite a conversão o sinal do domínio tempo para o domínio de frequências. A operação inversa é conhecida como transformada inversa de Fourier e obtida através da equação abaixo.

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{i2\pi\omega t} d\omega \quad (11)$$

A transformada de Fourier é uma das ferramentas mais utilizadas na engenharia pois ela permite representar o mesmo sinal tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Isso é extremamente importante nos casos onde a análise dos sinais no domínio do tempo se torna difícil. Além disso ela possui propriedades que auxiliam na resolução de equações quando a solução em um domínio se torna muito complicada. Essas propriedades não serão abordadas em detalhe nesta aula, pois fogem do propósito do curso.

A principal diferença entre a série de Fourier e a transformada é que no caso da série o intervalo de amostragem no tempo ( $\Delta t$ ) tende a zero o que resulta em infinitos modos harmônicos no domínio da frequência. Já no caso da transformada de Fourier o período de amostragem tende a infinito, de modo que a resolução no domínio da frequência ( $\Delta\omega$ ) tende a 0. Assim uma função de  $\omega$  torna-se contínua e não mais um somatório de harmônicos como no caso da série.

Para o uso da transformada no processamento digital de sinais é necessário a utilização da transformada discreta de Fourier (DFT). Isso porque os dados em um computador são discretos e compostos de uma série finita de pontos. Para restringir os limites de integração da transformada a um número finito de pontos assume-se que o sinal amostrado seja periódico e de período igual ao período de amostragem. Isso equivale a dizer que para a transformada a série temporal de dados se repete periodicamente, em um intervalo de tempo igual a  $N \cdot \Delta t$ , até um tempo infinito. Onde  $N$  é o número de pontos da amostra e  $\Delta t$  o intervalo de amostragem. A versão da transformada para pontos discretos é dada em termos de somatório de pontos discretos, conforme descrito na equação abaixo.

$$X_k = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} x_j e^{-i \frac{j2\pi k}{N}}, \quad \text{para } k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (12)$$

onde  $N$  é o número de pontos da série de dados,  $j$  é o contador do somatório e  $k$  o modo em frequência. A versão discreta da transformada inversa é dada pela equação 13.

$$x_j = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{i \frac{j2\pi k}{N}}, \quad \text{para } k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (13)$$

No caso da DFT, para cada frequência correspondente a  $k$  um somatório deve ser computado, enquanto que no caso da inversa o mesmo ocorre para cada instante  $j$ . Isso resulta em  $N^2$  operações, o que torna o processo caro do ponto de vista computacional. Para reduzir o número de operações e aumentar a eficiência no cálculo da transformada foram criados algoritmos chamados de transformadas rápidas de Fourier (Fast Fourier Transform- FFT). Dentre esses métodos o mais utilizado é o proposto por Cooley and Tukey em 1965. Nesse método o número de operações realizadas para o cálculo da transformada é reduzido para  $N \log(N)$ . Algoritmos e funções para o cálculo da transformada rápida de Fourier encontram-se disponíveis em várias bibliotecas para diferentes linguagens de programação. Uma compilação dessas rotinas pode ser encontrada no endereço <http://www.nr.com/> (numerical recipes).

Os coeficientes da FFT permitem que a amplitude e a fase do sinal sejam obtidos para cada modo  $k$  de maneira análoga à série de Fourier (ver eq. 8).

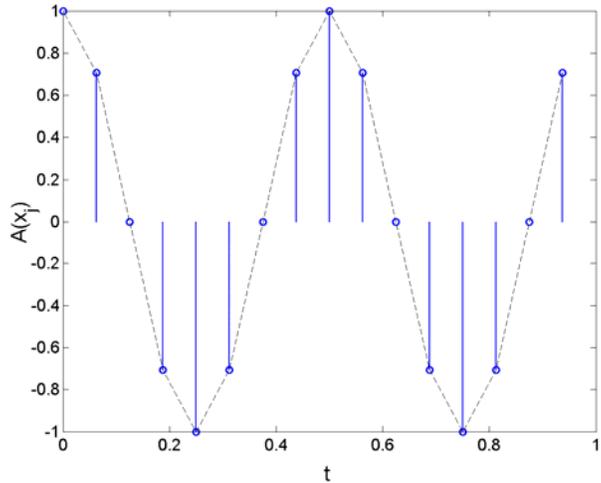
$$A_k = \sqrt{\text{real}(X_k^2) + \text{imag}(X_k^2)};$$

$$\phi_k = \tan^{-1} \left( \frac{\text{imag}(X_k)}{\text{real}(X_k)} \right). \quad (14)$$

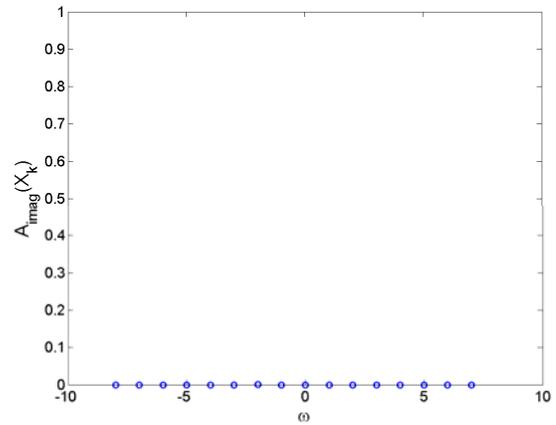
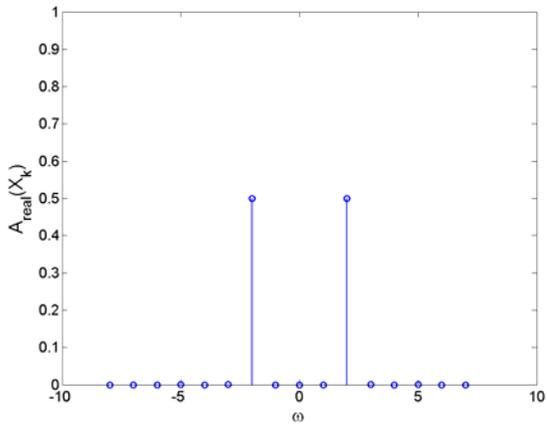
No caso da série discreta de Fourier os limites de integração são finitos, conseqüentemente a resolução no domínio das frequências fica também limitada ao período de amostragem do sinal, de modo que a menor frequência que pode ser resolvida é igual a  $1/(N \cdot \Delta t)$ . Logo, fica claro que quanto maior o tempo de amostragem maior é a resolução no espectro de frequências.

A discretização dos dados no tempo também acarretam limitação na FFT de modo que a maior frequência que pode ser resolvida pelo espectro fica limitada pelo  $\Delta t$ . A relação entre intervalo de amostragem e a frequência máxima do espectro é dada pela teoria de amostragem de **Shannon-Nyquist**. De acordo com a teoria, a frequência máxima que pode ser resolvida é igual a metade da frequência de amostragem  $f_s$ , onde  $f_s = 1/\Delta t$ . Essa frequência limite é chamada de frequência de Nyquist.

**Exemplo 3)**  $\cos(2*\pi*(2*t))$  com  $t=[0,1]$  e com  $N=16$ .  
 A série de dados é mostrada na figura abaixo:

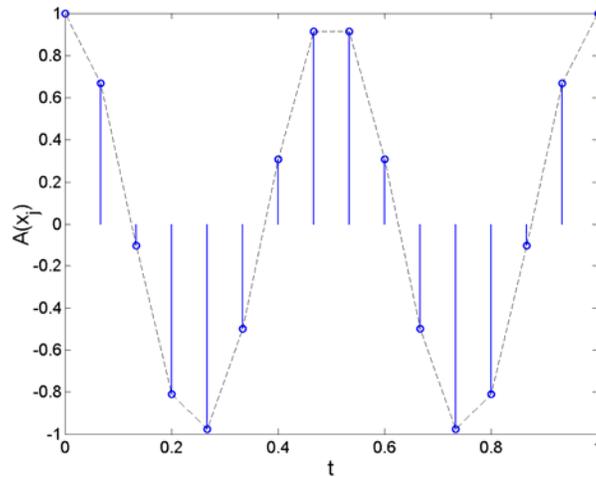


Os coeficientes reais e imaginários da FFT dessa função são mostrados nas figuras a seguir

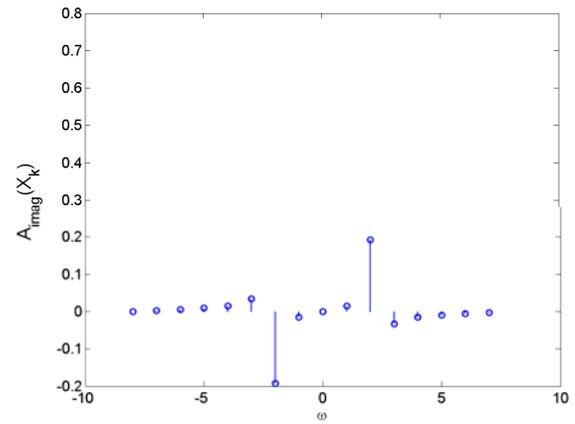
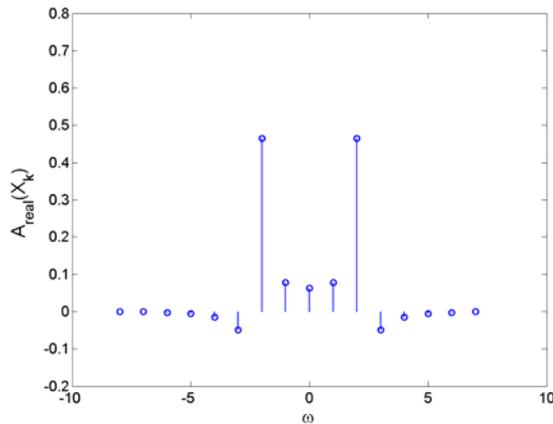


Observa-se que o sinal possui somente representação real pois os termos imaginários são iguais a zero. Isso se deve a notação complexa utilizada ( $e^{-i\omega t} = \cos(\omega t) - i\text{sen}(\omega t)$ ). Nota-se também a presença frequências positivas e negativas no espectro, isso se deve ao fato de que a transformada inclui também os valores do conjugado complexo dos coeficientes  $X_k$ , de modo que para uma série de dados real  $X_k = -i^*X_{-k}$ . Assim, no espectro a amplitude dos sinais é distribuída entre as frequências positivas e negativas que possuem uma única representação no tempo mas que são distintas no domínio das frequências.

**Exemplo 4)**  $\cos(2*\pi*(2*t))$  com  $t=[0,1]$  e com  $N=16$ .  
 A série de dados é mostrada na figura abaixo:



Os coeficientes reais e imaginários da FFT dessa função são mostrados nas figuras a seguir:



Nota-se que o sinal analisado não é periódico em relação ao período de amostragem. Com isso ocorre um espalhamento de energia em todo o espectro de frequências de maneira análoga à já demonstrada para a série de Fourier. Com o intuito de se reduzir o efeito da não periodicidade do sinal foram criadas funções enjanelamento de modo a garantir a periodicidade dentro do período de amostragem. As propriedades e funções de enjanelamento mais utilizadas não serão abordadas aqui. O objetivo desta aula foi apresentar/relembrar conceitos básicos que servem de base para a análise e condicionamento de sinais.

### Discussões para laboratório:

Interpretação do espectro: Magnitude, Frequência, Fase

Particularidades: Aliasing

Amostragem correta (frequência múltipla do período de amostragem).