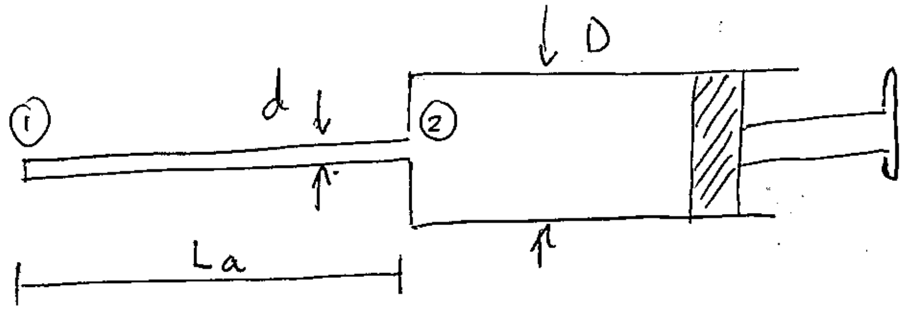
Solução P3, 24 de junho de 2010

Primeira questão:



assumindo escoamento laminar horizontal desenvolvido na agulha.

$$p_1 - p_2 = \frac{128 \mu L \dot{\forall}}{\pi d^4} \qquad \text{com} \quad p_1 = p_{atm} \ \text{e} \ p_2 = p_v \rightarrow \text{pressão de vapor}$$

como o diâmetro do tubo da seringa (D) é muito maior que o da agulha (d) vamos desprezar as perdas dentro da seringa. Tb vamos desprezar as perdas localizadas na entrada e saída da agulha. Assim, sobram apenas as perdas distribuídas dentro da agulha

Por conservação de massa para fluido incompressível, $\dot{\forall} = \frac{\pi D^2}{4} \cdot V_e$ ↗ veloc do êmbolo

Assim, $$\dot{\forall} = \frac{(p_{atm} - p_v)\pi d^4}{128 \mu L} = V_e \frac{\pi D^2}{4}$$

resolvendo para Ve,

$$V_e = \frac{(p_{atm} - p_v) d^4}{32 \mu L D^2}$$

subst. valores:

$$V_e = \frac{(10^5 - 4700)(0{,}3 \times 10^{-3})^4}{(32)(2\times10^{-3})(60\times10^{-3})(5\times10^{-3})^2} \therefore V = 8{,}125 \ mm/s$$

é bom verificar o valor de Re dentro da agulha para ver se é laminar mesmo

velocidade na agulha: $\dot{\forall} = V_e \frac{\pi D^2}{4} = V_a \frac{\pi d^2}{4} \therefore V_a = \left(\frac{D}{d}\right)^2 V_e \therefore$

$V_a = \left(\frac{5}{0{,}3}\right)^2 (8{,}125) \therefore V_a = 2256 \ mm/s = 2{,}256 \ m/s$, $Re = \rho \frac{V_a d}{\mu} = \frac{(900)(2{,}256)(0{,}3\times10^{-3})}{(2\times10^{-3})}$

$Re = 305$ é laminar! ok!

segunda questão: $P = f(\rho, Q, D, \omega)$

	P	ρ	Q	D	ω
M	1	1	0	0	0
L	2	-3	3	1	0
t	-3	0	-1	0	-1

não nulo

$n = 5$ parâmetros
$r = 3$ dimensões primárias
$m = r = 3$ parâmetros repetidos

escolher $\rho \cdot \omega \; D$ como parâmetros repetidos

$$\pi_1 = \rho^a \omega^b D^c P = M^0 L^0 t^0$$

$$\left.\begin{aligned} M&: a+1=0 \\ L&: -3a + c + 2 = 0 \\ t&: -b-3=0 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} a&=-1 \\ c&=-5 \\ b&=-3 \end{aligned}$$

$$\pi_2 = \rho^a \omega^b D^c Q = M^0 L^0 t^0$$

$$\left.\begin{aligned} M&: a+0=0 \\ L&: -3a + c + 3 = 0 \\ t&: -b-1=0 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} a&=0 \\ c&=-3 \\ b&=-1 \end{aligned}$$

$$\pi_1 = \frac{P}{\rho \omega^3 D^5}, \quad \pi_2 = \frac{Q}{\omega D^3} \quad \therefore \quad \frac{P}{\rho\omega^3 D^5} = g\left(\frac{Q}{\omega D^3}\right)$$

Para termos similaridade dinâmica os adimensionais devem ser os mesmos.

$D_1 = 200$ mm $\qquad Q_1 = 0{,}4\ m^3/s \qquad \omega_1 = 2400$ RPM
$D_2 = 400$ mm $\qquad Q_2 = ? \qquad \omega_2 = 1850$ RPM

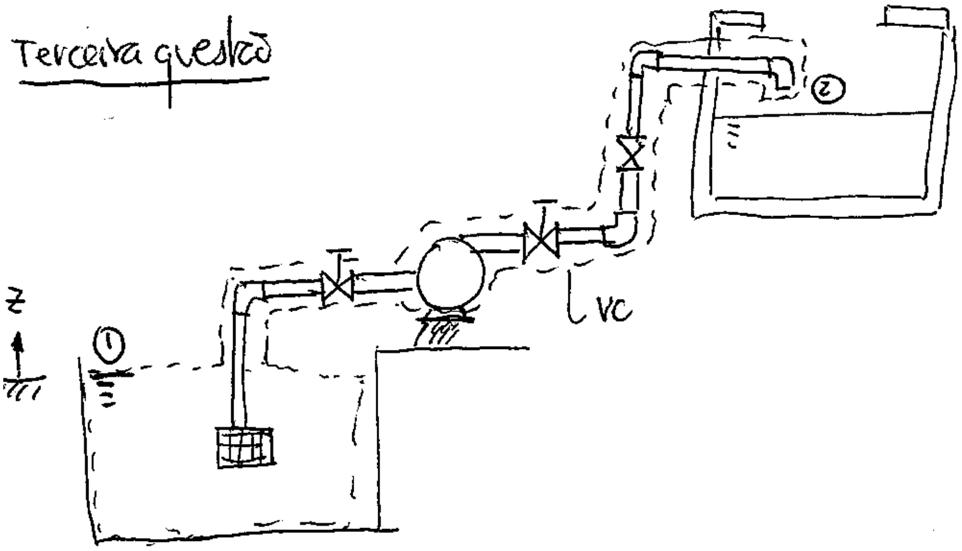
$$\frac{Q_1}{\omega_1 D_1^3} = \frac{Q_2}{\omega_2 D_2^3} \therefore Q_2 = Q_1 \frac{\omega_2}{\omega_1}\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^3 \therefore Q_2 = (0{,}4)\left(\frac{1850}{2400}\right)\left(\frac{400}{200}\right)^3$$

$$Q_2 = 2{,}47\ m^3/s$$

$$\frac{P_1}{\rho_1 \omega_1^3 D_1^5} = \frac{P_2}{\rho_2 \omega_2^3 D_2^5} \therefore P_2 = P_1 \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^3 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^5$$

$$P_2 = (2250)\left(\frac{1850}{2400}\right)^3 \left(\frac{400}{200}\right)^5 \therefore \quad P_2 = 32\,977\ W$$

Terceira questão



Perdas localizadas

Joelho : $k = 0,3$

Valv. gaveta: $L_e/D = 8$

valv. pé : $k = 1$

valv. retenção : $k = 0,8$

fazendo $\alpha = 1$

$$\left(\frac{p}{\rho}+\alpha\frac{\bar{V}^2}{2}+gz\right)_1 - \frac{\dot{W}_B}{\dot{m}} - \left(\frac{p}{\rho}+\alpha\frac{\bar{V}^2}{2}+gz\right)_2 = h_\ell + h_{\ell m}$$

$$\left(\cancel{\frac{p_{atm}}{\rho}}+0+0\right) - \frac{\dot{W}_B}{\dot{m}} - \left(\cancel{\frac{p_{atm}}{\rho}}+\frac{\bar{V}_2^2}{2}+gz_2\right) = f\frac{L}{D}\frac{\bar{V}_2^2}{2} + f\frac{\Sigma L_e}{D}\frac{\bar{V}_2^2}{2} + \Sigma k\frac{\bar{V}_2^2}{2}$$

$$-\dot{W}_B = \dot{m}\left[\frac{\bar{V}^2}{2}+gz_2+f\frac{\bar{V}^2}{2}\left(\frac{L}{D}+\frac{\Sigma L_e}{D}\right)+\Sigma k\frac{\bar{V}^2}{2}\right]$$

arrumando,

$$\underbrace{\left\{\rho\frac{A_2}{2}\left[1+f\left(\frac{L}{D}+\Sigma\frac{L_e}{D}\right)+\Sigma k\right]\right\}}_{\beta}\bar{V}^3 + \underbrace{\rho A_2 g z_2}_{\gamma}\bar{V} + \dot{W}_B = 0$$

$$\beta\bar{V}^3 + \gamma\bar{V} + \dot{W}_B = 0$$

$$\beta = \frac{(1000)(\pi)(30\times10^{-3})^2}{8}\left[1+f\left(\frac{30}{30\times10^{-3}}+8+8\right)+\left(1+4\times0,3+0,8\right)\right]$$

$$\beta = (0.353)\left[1+f(1016)+3\right] \therefore \beta = 1.412 + 358,65f$$

$$\gamma = (1000)(\pi)\frac{(30\times10^{-3})^2}{4}(9,8)(21) \therefore \gamma = 145,47$$

$$Re = \frac{(1000)(\bar{V})(30\times10^{-3})}{(10^{-3})} \therefore Re = 30\times10^{3}\,\bar{V}$$

$$(1.412 + 358,65f)\bar{V}^3 + 145,47\,\bar{V} - 1687,5 = 0$$

f	$\bar{V}$	Re	f_{novo}
0.02	4.85	1.46×10^5	0.0163
0.0163	5.05	1.52×10^5	0.016

Vazão ∴ $$Q = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \bar{V} = \frac{(\pi)(30 \times 10^{-3})^2}{(4)}(5,05)$$

$$Q = 3.57 \times 10^{-3}\,m^3/s = 3,57\,l/s$$

tempo para encher a caixa.

$$t = \frac{10.000\ l}{3.57\ l/s} = 2801\,s \simeq 47\,min$$