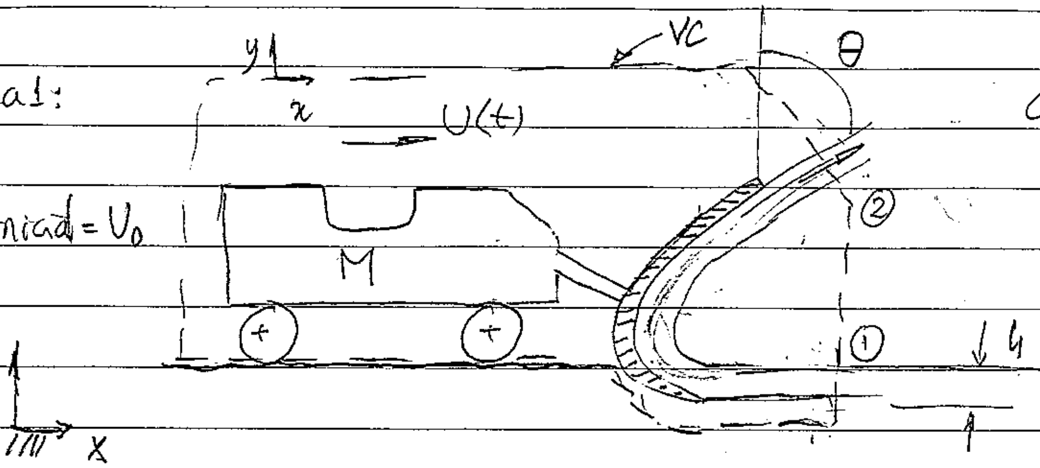
P2 Mec Flu 1 21 de março 2015

Problema 1: Calcular $U(t)$

Veloc inicial $= U_0$



hipóteses: (1) sem atrito entre trator e solo.

(2) pressão atm age sobre todas as superfícies do VC

(3) propriedades uniformes nas seções ① e ②

(4) a massa do trator M inclui a massa de areia na lâmina

(5) módulo da velocidade é constante na lâmina, ou seja, $A_1 = A_2$

(6) fluido (areia) é incompressível

eq da quantidade de movimento linear, direção x

$$\underbrace{F_{S_x}}_{=0} + \underbrace{F_{B_x}}_{=0} - \int_{VC} a_{rf_x} \rho \, d\forall = \underbrace{\cancel{\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} u_{xyz} \rho \, d\forall}}_{=0} + \int_{SC} u_{xyz} \rho \vec{V}_{xyz} \cdot d\vec{A}$$

de (1) e (2) concluímos que $F_{S_x} = 0$. Tb, $F_{B_x} = 0$

Vamos desprezar a variação com o tempo da quantidade de movimento linear no VC, portanto, $\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} u_{xyz} \rho \, d\forall \cong 0$

Assim,

$$- a_{rf_x} \int_{VC} \rho \, d\forall = u_1 \{ -\rho_1 A_1 V_1 \} + u_2 \{ \rho V_2 A_2 \}$$

$$- \frac{dU}{dt} M = -U \{ -\rho V_1 A_1 \} + U \operatorname{sen}\theta \{ \rho V_2 A_2 \}$$

$$- M \frac{dU}{dt} = \rho U^2 A \left[1 + \operatorname{sen}\theta \right]$$

$$- \frac{dU}{U^2} = \underbrace{\frac{\rho A [1 + \operatorname{sen}\theta]}{M}}_{\alpha} dt$$

$u_1 = -U$

$u_2 = U \operatorname{sen}\theta$

$|V_1| = U$

$|V_2| = U$

$A_1 = A_2 = A = Lh$

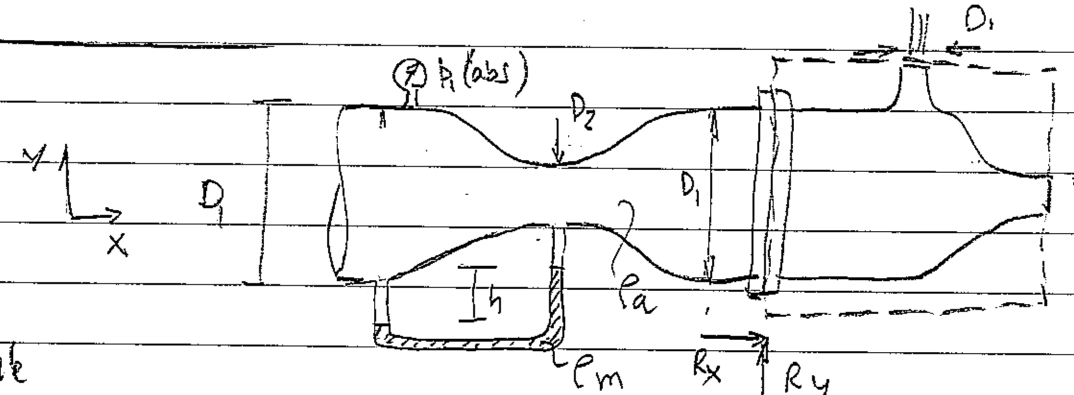
• Integrando

$$\frac{1}{U}\Bigg|_{U_0}^{U} = \alpha t \Bigg|_{0}^{t}$$

$$\therefore \quad U(t) = \frac{U_0}{U_0 \alpha t + 1} = \frac{1}{\frac{1}{U_0} + \alpha t}$$

$$U(t) = \frac{1}{\frac{\rho L h (1+\operatorname{sen}\theta)}{M} t + \frac{1}{U_0}}$$

Problema 2



hipoteses:

(1) reg. permanente

(2) prop. uniformes nas seções

(3) fluido incomp.

(4) escoamento sem atrito $\quad$ (5) $\dot{\forall}_3 = \dot{\forall}_4 = \dot{\forall}/2$

eq. quant. mov. linear dir x: $\quad F_{Sx} + \underbrace{F_{Bx}}_{=0} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} u \rho \, d\forall}_{=0} + \int_{SC} u \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$

$F_{Sx} = R_x + (p_1 - p_{atm}) A_1$, $\quad \int_{SC} u \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = -u_1 [\rho_1 A_1 V_1] + u_4 [\rho_4 A_4 V_4]$

com $u_1 = V_1 = \dot{\forall}/A_1$ e $u_4 = V_4 = \dot{\forall}/2A_4$, $\quad \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \rho$

$$R_x = -(p_1 - p_{atm})A_1 - \rho A_1 V_1^2 + \rho A_4 V_4^2$$

$$R_x = -(p_1 - p_{atm})A_1 - \rho A_1 \left(\frac{\dot{\forall}}{A_1}\right)^2 + \rho A_4 \left(\frac{\dot{\forall}}{2A_4}\right)^2$$

$$R_x = -(p_1 - p_{atm})A_1 + \rho \dot{\forall}^2 \left[\frac{1}{4A_4} - \frac{1}{A_1}\right]$$

$F_{S_y} = R_y$, $F_{B_y} = -W$, $\int_{SC} v \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = -\cancel{v_1}^{=0} [\rho_1 V_1 A_1] + v_3 [\rho_3 V_3 A_3] + \underbrace{\cancel{v_4}}_{=0} [\rho_4 A_4 V_4]$

então

$$R_y = W + \rho V_3^2 A_3 \quad , \quad R_y = W + \rho \frac{\dot{\forall}^2}{4 A_3} \qquad \text{pois } V_3 = \frac{\dot{\forall}}{2 A_3}$$

Falta determinar a vazão $\dot{\forall}$

eq. de Bernoulli entre ① e ②: $\frac{p_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} + \cancel{g z_1} = \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} + \cancel{g z_2}$

conservação de massa para regime permanente e prop. uniformes: $\cancel{\rho_1} A_1 V_1 = \cancel{\rho_2} A_2 V_2$

$\therefore V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1$

combinando,

$$V_1 = \left\{ \frac{2 \Delta p}{\rho \left[1 - \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right]} \right\}^{1/2} \qquad \Delta p = p_2 - p_1$$

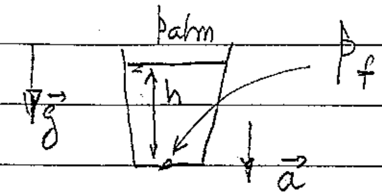
$\dot{\forall} = A_1 V_1$

da figura, $p_1 - p_2 = (\rho_m - \rho_a) g h$

$$\therefore \quad \dot{\forall} = A_1 \left\{ \frac{(\rho_m - \rho_a) g h}{\rho \left[\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right]} \right\}^{1/2}$$

• **Problema 3:** copo d'agua largado do alto de um edifício. Qual a pressão no fundo do copo para as situações abaixo.

Agua com movimento de corpo rígido.



a) no instante em que é largado?

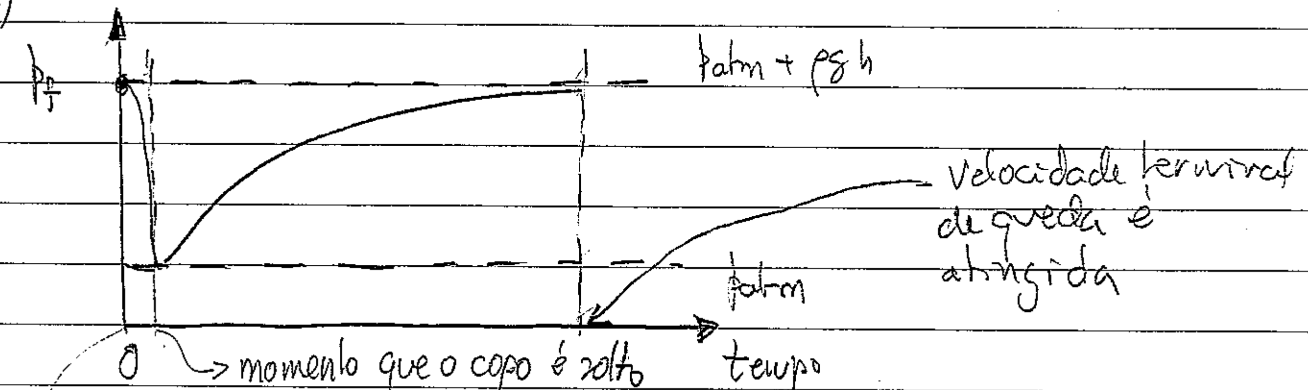
no instante em que o copo é largado ou seja, quando os dedos se abrem, a aceleração do copo é $\vec{g}$. Portanto olhando a equação da estatica de fluidos

$$-\vec{\nabla} p + \rho\vec{g} = \rho\vec{a}$$ com $\vec{a} = \vec{g}$ vemos que $\vec{\nabla} p = 0$ ou seja $p = \text{const}$ e igual a p_{atm}. Assim $p_f = p_{atm}$

b) quando o copo atinge velocidade terminal de queda, $\vec{a} = 0$, então

$$-\vec{\nabla} p + \rho\vec{g} = \rho\vec{a} = 0$$ ou seja $p_f = p_{atm} + \rho g h$

c)



em t=0 o copo ainda está seguro na mão