Formulação Integral

3 modos de estudar um escoamento:

1. Formulação Integral

menor esforço; resultados globais.
exemplo: força de arraste agindo sobre um objeto

2. Formulação Diferencial

maior esforço; resultados pontuais.
exemplo: distribuição de pressão ao longo da superfície de um objeto

3. Análise Dimensional

relação entre os diferentes parâmetros do problema

Na **formulação integral**, vamos usar o teorema de transporte de Reynolds:

$$\boxed{\left.\frac{dN}{dt}\right|_{sist} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho\ \eta\ d\forall + \int_{SC} \eta\ \rho\ \vec{V} \bullet d\vec{A}}$$

N Propriedade extensiva

$\eta = \dfrac{N}{m}$ Propriedade intensiva

Conservação de Massa

$$N = m$$

$$\eta = 1$$

$$\Rightarrow$$

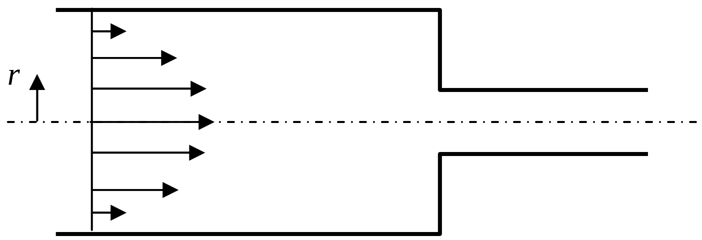
$$\left.\frac{dm}{dt}\right|_{sist} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho\ d\forall + \int_{SC} \rho\ \vec{V} \bullet d\vec{A} = 0$$

Taxa de variação da massa no volume de controle

Fluxo de massa através da superfície de controle

Exemplo) Água escoa num tubo com diâmetro de 2 m. A velocidade dentro do tubo é dada por $\vec{V} = (1 - r^2 / R^2)\vec{i} \;\; m/s$

Determine: a) A vazão volumétrica de água entrando no tubo; b) A velocidade média no tubo menor com diâmetro de 20 cm. Considere regime permanente. Obs: velocidade média é definida como a vazão volumétrica dividida pela área.



Conservação de Quantidade de Movimento Linear

$$N = m\vec{V}$$

$$\eta = \vec{V}$$

$$\left.\frac{d(m\vec{V})}{dt}\right|_{sist} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho\vec{V}d\forall + \int_{SC} \rho\vec{V}\left(\vec{V}\cdot d\vec{A}\right)$$

Taxa de variação da quantidade de movimento no volume de controle

Fluxo de quantidade demovimento através da superfície de controle

Pela segunda Lei de Newton: $\left.\dfrac{d(m\vec{V})}{dt}\right|_{sist} = \sum \vec{F}_{ext}$

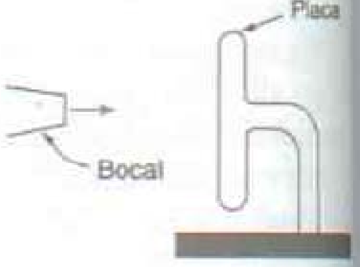
$$\boxed{\sum \vec{F}_{ext} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho\vec{V}d\forall + \int_{SC} \rho\vec{V}\left(\vec{V}\cdot d\vec{A}\right)}$$

$$\sum F_x = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho\, v_x d\forall + \int_{SC} \rho\, v_x\left(\vec{V}\cdot d\vec{A}\right)$$

$$\sum F_y = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho\, v_y d\forall + \int_{SC} \rho\, v_y\left(\vec{V}\cdot d\vec{A}\right)$$

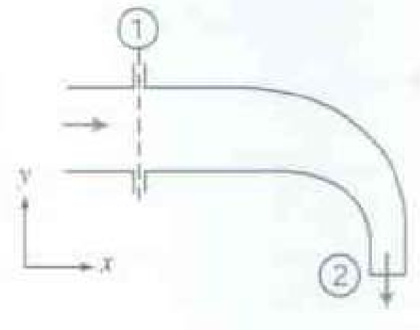
Exemplos:

1) A água que sai de um bocal estacionário atinge uma placa plana, conforme mostrado. A água deixa o bocal a 15 m/s; a área do bocal é 0,01 m^2. Supondo que a água é dirigida normal à placa, e que flui ao longo desta, determine a força horizontal sobre o suporte.

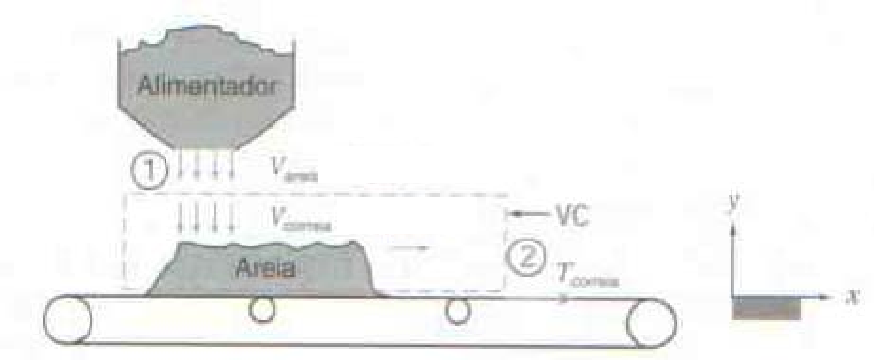


2)

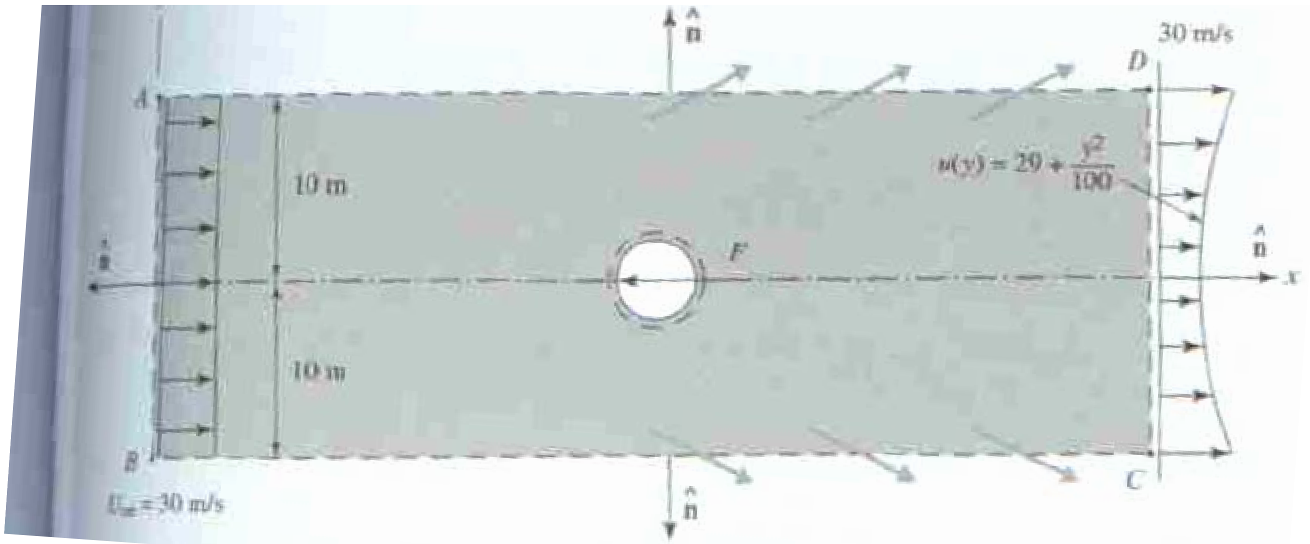
Água escoa em regime permanente através do cotovelo redutor de 90° mostrado no diagrama. Na entrada do cotovelo, a pressão absoluta é 221 kPa e a área da seção transversal é 0,01 m². Na saída, a área da seção transversal é 0,0025 m² e a velocidade média é 16 m/s. O cotovelo descarrega para a atmosfera. Determine a força necessária para manter o cotovelo no lugar.



3) Uma correia transportadora recebe areia de um alimentador a uma taxa de 500 kg/s. A velocidade da areia saindo do alimentador é de 5 m/s. A correia se move a 3 m/s. Desprezando o atrito da correia, calcule a força necessária para mover a correia enquanto ela está carregada. A areia sobre a correia move-se com a velocidade da correia.



4) Considere o escoamento simétrico ao redor de um cilindro. O volume de controle,excluindo o cilindro é mostrado na figura. A distribuição de velocidade a jusante do cilindro é aproximada por uma parábola, como mostrado. Determine a força de arrasto por metro do comprimento transversar agindo sobre o cilindro. A massa específica do ar é 1,23 kg/m^3



5) Um defletor desvia uma lâmina de água de um ângulo de 30° como mostrado na Figura E13.14. Que força é necessária para manter o defletor no lugar se $\dot{m} = 32$ kg/s?